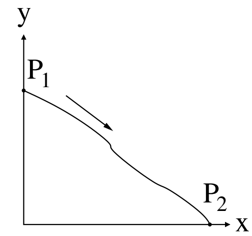
Vorlesung: Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD, Dr. Philipp Hövel
Übungen: Arash Azhand, Judith Lehnert, Ken Lichtner, Andrea Vüllings,
Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Robert Kohlhaas

7. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Mi. 11.12.2013 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 13 (14 Punkte): *Optimale Rutsche (4+6+3+1=14 Punkte)*



Ein Massepunkt ruht zur Zeit $t = 0$ im Punkt $P_1 = (0, y_1)$ und soll im Gravitationsfeld reibungsfrei zum Punkt $P_2 = (x_2, 0)$ gleiten, wobei $x_2 > 0$ und $y_1 > 0$. Bestimmen Sie die optimale Form der Bahn, damit die benötigte Zeit T, um von P_1 nach P_2 zu kommen, minimal ist:

1. Zeigen Sie, dass die benötigte Zeit $T[y]$ durch das Funktional

$$T[y] = \int_0^{t(P_2)} dt = \int_0^{x_2} \sqrt{\frac{1+y'^2}{2g(y_1 - y(x))}} dx$$

gegeben ist, wobei $y' \equiv \frac{dy(x)}{dx}$.
<u>*Hinweis:*</u> Folgeren Sie dies aus der Energieerhaltung.

2. Gesucht ist nun die Bahnkurve, die das Zeitfunktional $T[y]$ minimiert. Stellen Sie mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichung die Extremalbedingung $\frac{\delta T[y]}{\delta y(x)} = 0$ dar. Zeigen Sie, dass diese äquivalent zur folgenden Differentialgleichung ist:

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2g(y_1 - y(x))(1+y'^2)}\right] = 0.$$

3. Integrieren Sie die Differentialgleichung einmal und zeigen Sie, dass die Lösung durch

$$x = x(s) = x_1 + \frac{c^2}{4g}(s - \sin s) \qquad \text{und} \qquad y = y(s) = y_1 - \frac{c^2}{4g}(1 - \cos s)$$

gegeben ist. Bestimmen Sie die Integrationskonstante c passend zu den Anfangsbedingungen.

4. Stellen Sie die Lösung graphisch dar.
<u>*Hinweis:*</u> Verwenden Sie dazu den Befehl ParametricPlot[ ] unter Wolfram alpha (http://www.wolframalpha.com).

Bitte Rückseite beachten!⟶

7. Übung TPI WS 13/14

Aufgabe 14 (6 Punkte): *Wirkungsfunktional*
Ein Teilchen der Masse m bewegt sich im Schwerefeld der Erde. Es führt dabei eine eindimensionale Bewegung $z = z(t)$ aus. Berechnen Sie das Wirkungsfunktional

$$W = \int_{t_1}^{t_2} L(z, \dot{z}) dt$$

für die Bahn

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + f(t).$$

Dabei sei $f(t)$ eine beliebige, stetig differenzierbare Funktion mit $f(t_1) = f(t_2) = 0$. Zeigen Sie, dass W für $f(t) \equiv 0$ minimal wird!

Vorlesung:	• Dienstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201. • Mittwoch 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/?mechanik13
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen.) • Bestandene Klausur. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Klausur:	• Mittwoch 12.02.2014, 8:00 Uhr s.t., ER 270. • Nachklausur: Dienstag 08.04.2014, 10:00 Uhr s.t., Raum wird noch bekannt gegeben