Vorlesung: Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD, Dr. Philipp Hövel
Übungen: Arash Azhand, Judith Lehnert, Ken Lichtner, Andrea Vüllings,
Samuel Brem, Zeynep Cetinkaya, Robert Kohlhaas

9. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Mi. 08.01.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweier- oder Dreiergruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium (Tutor und Termin) an.

Aufgabe 19 (4 Punkte): *Noether-Theorem: helikoide Symmetrie*

Gegeben sei ein Teilchen der Masse m mit dem Ortsvektor $\underline{r}$, das sich unter dem Einfluss des Potenzials $V(r, \phi, z)$ (r, ϕ und z sind Zylinderkoordinaten) auf der Oberfläche eines unendlich ausgedehnten Kreiszylinders mit dem Radius R und der Symmetrieachse $\underline{e}_z$ bewegen möge. Das Potenzial $V(r, \phi, z)$ besitze die helikoide Symmetrie einer Schraubenlinie mit der Ganghöhe b:

$$V(r, \phi, z) = V(r, \phi + \alpha, z + \frac{b}{2\pi}\alpha) \text{ für } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Noether-Theorems die Erhaltungsgröße, die sich aus der helikoiden Symmetrie des Potenzials $V(r, \phi, z)$ ergibt.

Aufgabe 20 (4 Punkte): *Noether-Theorem: Invarianz unter Zeittranslation (1+3 Punkte)*

Man kann den Satz von Noether auch auf den Fall der Invarianz der Lagrange-Funktion unter Zeittranslationen anwenden, wenn man folgenden Trick benutzt. Man mache t zu einer q-artigen Variablen, indem man sowohl für q als auch für t eine Parameterdarstellung $q = q(\tau)$, $t = t(\tau)$ annimmt und die folgende Lagrange-Funktion definiert.

$$\overline{L}\left(\mathbf{q}, t, \frac{d\mathbf{q}}{d\tau}, \frac{dt}{d\tau}\right) := L\left(\mathbf{q}, \frac{d\tau}{dt}\frac{d\mathbf{q}}{d\tau}, t\right)\frac{dt}{d\tau}.$$

(a) Machen Sie sich plausibel, warum das Hamilton'sche Extremalprinzip auf $\overline{L}$ angewandt dieselben Bewegungsgleichungen liefert wie die für L.

(b) Es sei L invariant unter Zeittranslationen

$$h^s(\mathbf{q}, t) = (\mathbf{q}, t + s)\,.$$

Wenden Sie den Satz von Noether auf $\overline{L}$ an und identifizieren Sie das der Invarianz entsprechende Integral der Bewegung.

Bitte Rückseite beachten!⟶

9. Übung TPI WS 13/14

Aufgabe 21 (12 Punkte): *Longitudinale Molekülschwingungen (2+4+2+4 Punkte)*

Wir betrachten die Schwingungen eines linearen, dreiatomigen, symmetrischen Moleküls (siehe Abbildung).

(a) Die benötigten Kräfte, um die Atome aus der Ruhelage zu bringen, seien linear in deren Auslenkungen x_i, die "Federkonstanten" sind $k_i \equiv k$. Wie lautet die Lagrange-Funktion?

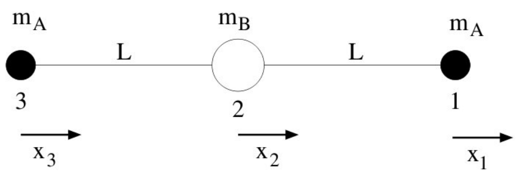
(b) Gehen Sie ins Schwerpunktsystem, um x_2 zu eliminieren, und verwenden Sie die *Normalkoordinaten* $X_1 = x_1 + x_3$ und $X_2 = x_1 - x_3$ als verallgemeinerte Koordinaten. Stellen Sie die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen 2. Art auf.

(c) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen zuerst allgemein. Wie lauten die Normalfrequenzen ω_1 und ω_2?

(d) Betrachten Sie nun folgende spezielle Anfangsbedingungen:

- $x_1(0) = x_3(0) \neq 0$ und $\dot{x}_1(0) = 0 = \dot{x}_3(0)$.
- $x_1(0) = -x_3(0) \neq 0$ und $\dot{x}_1(0) = 0 = \dot{x}_3(0)$.

Wie sehen $x_1(t), x_2(t)$ und $x_3(t)$ aus? Skizzieren Sie das Verhalten der Schwingung, insbesondere für $m_B = m_A$ und $m_B = 5m_A$. Was ist die symmetrische, was die antisymmetrische Normalschwingung? Begründen Sie dies anschaulich.



Vorlesung:	• Dienstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201. • Mittwoch 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 201.
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter http://www.itp.tu-berlin.de/?mechanik13
Scheinkriterien:	• Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen.) • Bestandene Klausur. • Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
Klausur:	• Mittwoch 12.02.2014, 8:00 Uhr s.t., ER 270. • Nachklausur: Dienstag 08.04.2014, 10:00 Uhr s.t., Raum wird noch bekannt gegeben