Prof. Dr. Andreas Knorr
Dr. Marten Richter, Dipl. Phys. Julia Kabuß, Wassilij Kopylov, MSc.

4. Übungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II

Abgabe: Bis Do. 21.11.2013 8:25 vor Beginn der Vorlesung im EW 203
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Tutorium und den Namen des Tutors auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe erfolgt in maximal Vierergruppen.

Aufgabe 6 (10 Punkte): *Varianz des Elektromagnetischen Feldes: Vakuumfluktuationen*

Berechnen Sie die *Kohärenz* $\langle E \rangle$ und die *Varianz* $|E|^2 = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2$ des einmodigen elektromagnetischen Feldes $E = i\mathcal{E}_0\big(\xi(\vec{r})c(t) - \xi^*(\vec{r})c^\dagger(t)\big)$, (mit $\xi(r) = \frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$) jeweils für Licht im:

1. Fock-Zustand $|n_0\rangle = \sum_n c_n|n\rangle$, wobei $\rho_n = |c_n|^2 = \delta_{nn_0}$,
2. kohärenten Zustand $|\alpha\rangle = \sum_n c_n|n\rangle$ wobei $c_n = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}$,
3. thermischen Zustand $\rho = (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_BT}})e^{-\frac{\hbar\omega c^\dagger c}{k_BT}}$.

Diskutieren Sie das Ergebnis in den Spezialfällen hoher und verschwindender Intensität des Lichtfeldes.

Aufgabe 7 (8 Punkte): *Teilchen Zustände*

1. Konstruieren Sie ausgehend von der Einteilchen-Wellenfunktionen ϕ_i^j eine symmetrische und eine antisymmetrische Wellenfunktion für drei Teilchen. ϕ_i^j ist die Einteilchen-Wellenfunktion des j-ten Teilchens im Zustand i.

2. Eine antisymmetrische Wellenfunktion für zwei Elektronen ist gegeben durch

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi^1_{\lambda_1}\phi^2_{\lambda_2} - \phi^2_{\lambda_1}\phi^1_{\lambda_2}\right),$$

   dabei steht λ_i für zwei Quantenzahlen: Ort n_i und Spin s_i.

   (a) Zeigen Sie mithilfe des Separationsansatzes für die Wellenfunktion ϕ_i^j und Betrachtung zweier Speziallfälle, dass daraus die drei folgenden Spinzustände vom 3. Übungsblatt folgen: $|\uparrow,\uparrow\rangle, |\downarrow,\downarrow\rangle$ und $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow,\downarrow\rangle - |\downarrow,\uparrow\rangle)$.

   (b) Warum fehlt noch ein Zustand? Zeigen Sie, dass $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow,\downarrow\rangle + |\downarrow,\uparrow\rangle)$ auch ein möglicher symmetrischer Zustand ist. Untersuchen Sie dazu z.B. die Wirkung vom dem S^- Operator auf einen der davor ermittelten Zustände.