

2. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie I

Abgabe: Freitag, den 07. November 2014 vor der Übung
Ausgabe: Freitag, den 24. Oktober 2014
Jeder Übungszettel bringt 10 Punkte!

Invarianz der Minkowski-Metrik unter Lorentz-Transformationen

Zeigen Sie, dass die Minkowski-Metrik

$$\eta^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Lorentz-Transformation

$$L_0^0 = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad L_k^0 = \gamma \frac{v_k}{c} \quad L_0^k = \gamma \frac{v^k}{c} \quad L_k^j = \delta_k^j + (\gamma - 1) \frac{1}{v^2} v^j v_k \quad (1)$$

eine numerische Invariante ist.

Additionstheorem der Geschwindigkeiten

Leiten Sie unter Benutzung der Lorentz-Transformation (1) das relativistische Additionstheorem der Geschwindigkeiten

$$\frac{dx^{k'}}{dt'} = \left(1 + \frac{1}{c^2} v_k w^k\right)^{-1} \left(v^k + \frac{v^k v_j w^j}{v^2} + \frac{w^k}{\gamma} - \frac{v^k v_j w^j}{\gamma v^2}\right)$$

ab. w^i ist daher die Geschwindigkeit des betrachteten Objekts im ungestrichenen System. Diskutieren Sie die Näherung für kleine Geschwindigkeiten $v \ll c$. Zeigen Sie, dass im relativistischen Fall keine resultierende Geschwindigkeit größer c möglich ist.

Ein wenig Dynamik

Zeigen Sie mit Hilfe der Äquivalenz von Masse und Energie, dass für das Newtonsche Gesetz im Minkowski-Raum

$$\frac{dp^\alpha}{d\tau} = F^\alpha \quad (2)$$

immer folgendes gilt. Der 4-Impuls und die 4-Kraft stehen immer senkrecht aufeinander.

Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!

Sprechstunde: Nach Vereinbarung oder direkt nach der Übung.
Falls es Fragen gibt, bin ich auch per Mail erreichbar:
gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de