

## 7. Übungsblatt zur Allgemeinen Relativitätstheorie I

**Abgabe: Freitag, den 12. Dezember 2014** vor der Übung

Ausgabe: Freitag, den 28. November 2014

Jeder Übungszettel bringt 10 Punkte!

### Feldgleichungen

Zeigen Sie, daß die Gleichungen

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{8\pi G}{c^4}(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Tg_{\alpha\beta}) \quad (1)$$

den Einsteinschen Feldgleichungen

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta}$$

äquivalent sind. Berechnen Sie den Ricci-Skalar für das elektromagnetische Feld dessen Energie-Impuls-Tensor definiert ist durch

$$T_{\gamma}^{\beta} := \frac{c}{4\pi}(F^{\beta\alpha}F_{\alpha\gamma} + \frac{1}{4}\delta_{\gamma}^{\beta}F^{\alpha\lambda}F_{\alpha\lambda}).$$

Wie lautet die verkürzte Form der Feldgleichungen für ein gekoppeltes Maxwell-Einstein-Feld im Vakuum?

### Linearisierte Feldgleichungen

Der metrische Tensor läßt sich stets in die Minkowskimetrik  $\eta$  und einen Rest  $h$  zerlegen:

$$g_{\alpha\lambda} = \eta_{\alpha\lambda} + h_{\alpha\lambda}$$

Zeigen Sie, daß, unter der Annahme  $|h_{\alpha\lambda}| \sim |h_{\alpha\lambda,\beta}| \sim |h_{\alpha\lambda,\beta,\gamma}| \ll 1$ , die Feldgleichungen in der Form (1) in erster Näherung die Gestalt

$$h_{\rho,\mu,\nu}^{\rho} + h_{\mu\nu,\rho}^{\rho} - h_{\mu\rho,\nu}^{\rho} - h_{\nu,\rho,\mu}^{\rho} = -\frac{16\pi G}{c^4}(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}T\eta_{\alpha\beta})$$

annehmen. Vernachlässigen Sie dazu alle in  $h_{\alpha\beta}$  und dessen Ableitungen nichtlinearen Terme.

Wie lassen sich auf der linken Seite die Summanden bis auf  $h_{\mu\nu,\rho}^{\rho}$  eliminieren? Zeigen Sie, daß sich eine inhomogene Wellengleichung ableiten läßt.

**Eine Kommentierung Ihres Vorgehens wird erwartet! Dafür gibt es auch Punkte!**

Sprechstunde: Nach Vereinbarung oder direkt nach der Übung.

Falls es Fragen gibt, bin ich auch per Mail erreichbar:

gerold.schellstede@campus.tu-berlin.de