

Prof. Dr. Andreas Knorr

Dr. Marten Richter, Dr. Torben Winzer

Mathias Hayn, Andrea Vüllings, Samuel Brem, Robert Kohlhaas, Henrik Kowalski

3. Übungsblatt – Elektrodynamik**Abgabe: Mi. 12. November 2014 bis 12:10 Uhr im Hörsaal**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden **Zwischenschritte** und **ausführliche Kommentare** zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an!

Aufgabe 1 (3+4=7 Punkte): Zylinder- & KugelwellenBetrachten Sie die homogene Wellengleichung für das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \mathbf{E} = 0. \quad (1)$$

Bestimmen Sie für eine beliebige Komponente des elektrischen Feldes die allgemeine Lösung unter der Annahme, dass $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$

(a) zylindersymmetrisch

bzw.

(b) kugelsymmetrisch

ist. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit ebenen Wellen aus der Vorlesung und bestimmen Sie die Flächen konstanter Phase.

Aufgabe 2 (2+1+1+3+2=9 Punkte): Eichung der Elektrodynamischen PotentialeBetrachten Sie in dieser Aufgabe die elektrodynamischen Potentiale \mathbf{A} und Φ . Als Eichung bezeichnet man die Transformation

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \chi, \quad \Phi' = \Phi - \partial_t \chi \quad (2)$$

zu neuen Potentialen \mathbf{A}' und Φ' . Hierbei ist $\chi = \chi(\mathbf{r}, t)$ ein skalares Eichfeld.(a) Zeigen Sie, dass auch \mathbf{A}' und Φ' elektrodynamische Potentiale sind, d.h., dass die Maxwell-Gleichungen (und die Potentialgleichungen) invariant unter Eichtransformationen sind.(b) Wenn die elektrodynamischen Potentiale \mathbf{A} und Φ mithilfe der Lorenz-Eichung umgeichtet werden, welche Gleichung muss χ dann erfüllen? Nutzen Sie die Ergebnisse aus der Vorlesung.

Als konkretes Beispiel betrachten wir die elektrodynamischen Potentiale

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = 2\alpha c^2 x e^{-\gamma t} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \alpha \gamma e^{-\gamma t} (x^2, xz, xy)^\top. \quad (3)$$

Dabei sind α, γ physikalische Konstanten und c ist die Lichtgeschwindigkeit.(c) Berechnen Sie das elektrische (\mathbf{E}) und das magnetische (\mathbf{B}) Feld.(d) Zeigen Sie, dass die Potentiale \mathbf{A}, Φ in der Lorenz-Eichung gegeben sind. Finden Sie mithilfe eines geeigneten (nicht konstanten) Eichfeldes einen neuen Satz von Potentialen \mathbf{A}', Φ' , welche ebenfalls der Lorenz-Eichung unterliegen. Zeigen Sie explizit, dass diese auf die gleichen elektrischen und magnetischen Felder führen, d.h. $\mathbf{E}' = \mathbf{E}$ und $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$.

(e) Finden Sie das Eichfeld in der Weyl-Eichung (In der Weyl-Eichung verschwindet das Skalarpotential). Wie lautet das Vektorpotential, sowie das elektrische und magnetische Feld in dieser Eichung?