

Prof. Dr. Andreas Knorr

Dr. Marten Richter, Dr. Torben Winzer

Mathias Hayn, Andrea Vüllings, Samuel Brem, Robert Kohlhaas, Henrik Kowalski

8. Übungsblatt – Elektrodynamik**Abgabe: Mi. 17. Dezember 2014 bis 12:10 Uhr im Hörsaal**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden **Zwischenschritte** und **ausführliche Kommentare** zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an!

Aufgabe 1 (12+2+3+3+1=21 Punkte): Antenne

1. Betrachten Sie eine lineare Antenne der Länge $2L$, die parallel zur z -Achse liegt. Für die Stromdichte innerhalb der Antenne gilt:

$$\mathbf{j}_\omega(\mathbf{r}) = I_0 \sin(kL - kr) \delta(x) \delta(y) \mathbf{e}_z \quad \text{für } |z| < L \quad (1)$$

Bestimmen Sie nun im Fernfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ und $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.

Hinweis:

$$\mathbf{A}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \mathbf{j}_\omega(\mathbf{r}') \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \mathbf{j}_\omega^t(\mathbf{r}') \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (3)$$

Entwickeln Sie $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ bis zur 1. Ordnung ($|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx r - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'/r$) analog zur Vorlesung. In den Feldern können Terme, die proportional zu r^{-2} sind, vernachlässigt werden.

2. Bestimmen Sie den Poyntingvektor \mathbf{S}_ω der Antenne im Vakuum ($\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$). Zeigen Sie, dass die pro Raumwinkel abgestrahlte Leistung $\frac{dP}{d\Omega} \propto \sqrt{\mathbf{S}_\omega \cdot \mathbf{S}_\omega^*} r^2$ gegeben ist durch:

$$\frac{dP}{d\Omega} \propto I_0^2 \frac{[\cos(kL \cos \theta) - \cos(kL)]^2}{\sin^2 \theta}. \quad (4)$$

3. Geben Sie $\frac{dP}{d\Omega}(\theta)$ für die Fälle (i) $kL \ll 1$ (Dipolgrenzfall), (ii) $kL = \pi/2$ und (iii) $kL = \pi$ an. Welche Größe besitzt die Antenne in Bezug zur Wellenlänge in den drei Fällen?
4. Stellen Sie $\frac{dP}{d\Omega}(\theta)$ für die obigen 3 Fälle in einem Polardiagramm (mit ausführlicher Beschriftung!) grafisch dar! Kommentieren Sie das auftretende Abstrahlverhalten.
5. Plotten Sie $\frac{dP}{d\Omega}(\theta)$ als Funktion der Antennenlänge L für $\theta = \pi/2$ und interpretieren Sie den Plot.