

Prof. Dr. Andreas Knorr

Dr. Marten Richter, Dr. Torben Winzer

Mathias Hayn, Andrea Vüllings, Samuel Brem, Robert Kohlhaas, Henrik Kowalski

9. Übungsblatt – Elektrodynamik**Abgabe: Mi. 14. Januar 2015 bis 12:10 Uhr im Hörsaal**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden **Zwischenschritte** und **ausführliche Kommentare** zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es Punkte! Die Abgabe soll in 3er-Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an!

Aufgabe 1 (5+2+4+1+3=15 Punkte): Fresnel'sche Formeln

In dieser Aufgabe betrachten wir die Reflexion und Transmission einer unter dem Winkel φ einfallenden ebenen elektromagnetischen Welle an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien. Die Welle habe die Frequenz ω und die Brechungsindizes der beiden homogenen Medien seien n_1 und n_2 .

- (a) Machen Sie sich eine Skizze der Aufgabenstellung. Verwenden Sie die Stetigkeitsbedingungen aus der Vorlesung sowie das Gesetz von Snellius, um die folgenden Gleichungen für die Amplitudenverhältnisse der einfallenden $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$, reflektierten $\mathbf{E}''(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0'' \exp[i(\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r} - \omega'' t)]$ und transmittierten $\mathbf{E}'(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0' \exp[i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} - \omega' t)]$ ebenen Welle für parallele Polarisierung bzgl. der Einfallsebene herzuleiten:

$$t_{\parallel} := \frac{E_0'}{E_0} = \frac{2\nu \cos \varphi}{\mu \cos \varphi + \nu \sqrt{1 - \nu^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (1)$$

$$r_{\parallel} := \frac{E_0''}{E_0} = \frac{\mu \cos \varphi - \nu \sqrt{1 - \nu^2 \sin^2 \varphi}}{\mu \cos \varphi + \nu \sqrt{1 - \nu^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (2)$$

Dabei ist $\nu = \frac{n_1}{n_2}$, $\mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}$ und μ_n ist die relative Permeabilität des n -ten Mediums.

Betrachten Sie für die restliche Aufgabenstellung, dass beide Medien die gleiche Permeabilität besitzen, $\mu_1 = \mu_2$.

- (b) Stellen Sie die Reflektivitäten $R_{\parallel} = |r_{\parallel}|^2$ und $R_{\perp} = |r_{\perp}|^2$ (mit r_{\perp} aus der Vorlesung) in Abhängigkeit vom Einfallswinkel φ graphisch dar. Verwenden Sie:

- (i) $n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$, d.h. der Übergang von Luft nach Glas und
(ii) $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$, d.h. der Übergang von Glas nach Luft.

Diskutieren Sie den Verlauf der beiden Kurven in beiden Fällen.

- (c) Betrachten Sie nun den Übergang von einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium, d.h. $n_1 > n_2$.

- (i) Bei welchem Winkel φ_c tritt eine komplette Reflexion der ebenen Welle auf? Diskutieren Sie dabei sowohl den Fall der parallel als auch der senkrecht polarisierten ebene Welle.
(ii) Berechnen Sie das \mathbf{E} -Feld der ebenen Welle im optisch dünneren Medium für Einfallswinkel $\varphi > \varphi_c$. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis.

- (d) Zeigen Sie, dass für senkrechten Einfall der Betrag der Amplitudenverhältnisse unabhängig davon sind, ob das Licht senkrecht oder parallel polarisiert ist.

9. Übung TPIII WS2014/15

(e) Betrachten Sie die Frequenzabhängigkeit der Reflektivität bei senkrechter Bestrahlung einer Grenzfläche von Luft und

(i) einem Metall mit einer relativen Permittivität $\varepsilon_M(\omega) = 1 - \omega_{pl}^2/\omega^2$, bzw.

(ii) einem Dielektrikum mit einer relativen Permittivität $\varepsilon_D(\omega) = 1 + \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$.

Zeigen Sie, dass für die Reflektivität im Fall (i)

$$R_M(\omega) = \begin{cases} 1 & , \quad \omega \leq \omega_{pl} \\ \left[\frac{1 - \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}}{1 + \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}} \right]^2 & , \quad \omega > \omega_{pl} \end{cases} \quad (3)$$

gilt und leiten Sie einen entsprechenden Ausdruck für den Fall (ii) ab. Zeichnen Sie die Reflektivitäten für $\omega \in [0, 2\omega_{pl}]$ und betrachten Sie im Fall des Dielektrikums auch verschiedene Verhältnisse von ω_0/ω_{pl} .