Prof. Dr. Sabine Klapp
M. Sc. Alexander Kraft

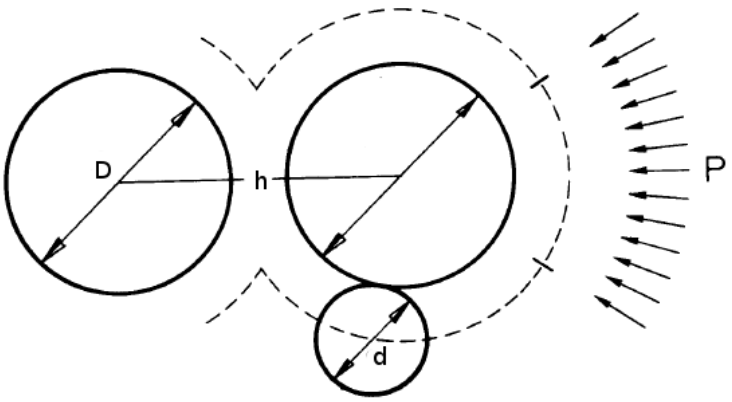
2. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Kolloidsysteme

Abgabe: Di. 28.10.2014 in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es die Punkte. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 4 (10 Punkte): *Entropische Kraft*

Betrachten Sie zwei sphärische, harte Teilchen (mit Durchmesser D) in einem Lösungsmittel bestehend aus N sphärischen, unelastischen Makromolekülen (mit Durchmesser d). Wie in der Vorlesung gezeigt wurde, kann zwischen den (nicht-wechselwirkenden) Teilchen eine effektive Wechselwirkung enstehen, falls $h < D + d$ gilt. Berechnen Sie die Kraft $\mathbf{F}(h)$ in Richtung des Verbindungsvektors zwischen beiden Teilchenmittelpunkten als Funktion des Abstandes h.



Bearbeiten Sie dazu folgende Schritte:

(i) Berechnen Sie das Volumen der sog. „Verarmungszone“ (siehe Vorlesungsmitschrift).

(ii) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme Z_K und die dazugehörige Freie Energie

$$\mathcal{F} = -k_B T \ln Z_K.$$

Hinweis: Z_K lässt sich hier näherungsweise (ideales Gas) berechnen aus dem Volumen V_A, das den kleinen Lösungsmittelmolekülen zugänglich ist:

$$Z_K = \frac{V_A^N}{N!\Lambda^{3N}}.$$

(iii) Verwenden Sie die Stirlingapproximation für die Freie Energie und berechen Sie die gesuchte Kraft mittels

$$|\mathbf{F}|(h) = -\left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial h}\right)_T.$$

Bitte Rückseite beachten!⟶

2. Übung TP VI WS14/15

Aufgabe 5 (10 Punkte): *Debye-Hückel-Theorie*

Die ladungsinduzierte Wechselwirkung zwischen zwei geladenen Kolloiden (Ladung Qe_0) im Bad aus Lösungsmittelteilchen (Ladung 1 e_0) ist gegeben durch $V(\vec{r}) = Qe_0 \cdot \psi(\vec{r})$. Dabei bezeichnet $\psi(\vec{r})$ das elektrostatische Potential, welches durch ein anderes geladenes Kolloid erzeugt wird im Bad der entgegengesetzt geladenenen Lösungsmittelteilchen. Aus der Elektrodynamik ist bekannt, dass

$$\Delta\psi(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon\epsilon_0}, \tag{1}$$

mit der Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$.

a) Machen Sie den folgenden Ansatz für die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\text{Spezies } \alpha} q_\alpha e_0 \, \widetilde{\rho}_\alpha \, e^{-\frac{W_\alpha(\vec{r})}{k_B T}}$$
$$W_\alpha(\vec{r}) = q_\alpha e_0 \psi(\vec{r})$$

und entwickeln Sie die Exponentialfunktion bis zur 1. Ordnung in ψ. Unter welchen Bedingungen ist dies möglich und was bedeutet dies physikalisch?

b) Bringen Sie die resultierende Gleichung auf die folgende Form und identifizieren Sie χ:

$$\Delta\psi = \chi^2\psi$$

c) Aufgrund der Rotationsinvarianz des Laplace-Operators ist obige Gleichung als ganzes rotationsinvariant und die Lösung hängt nur von $r = |\vec{r}|$ ab. Drücken sie den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten aus und zeigen Sie, dass folgendes eine Lösung ist:

$$\psi = A\frac{e^{-\chi r}}{r} + B\frac{e^{+\chi r}}{r}$$

Eliminieren Sie eine der Integrationskonstanten durch die Bedingung $\psi(r \to \infty) = 0$.

d) Zeigen Sie, dass für ausgedehnte Teilchen der Größe R die Integrationskonstante sich ergibt als:

$$A = \frac{Qe_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\frac{e^{\chi R}}{(1 + \chi R)}$$

Hinweis: Betrachten Sie dazu den Fluss des elektrischen Feldes durch eine Kugelschale der Kugel mit Radius R und nutzen Sie den Gaußschen Integralsatz.

e) Betrachten Sie punktförmige Teilchen (R=0) und bestimmen Sie die Länge, nach der das Potential im Vergleich zum Coulomb-Potential auf ein $\frac{1}{e}$-tel abgefallen ist. Deuten und diskutieren Sie die Grenzfälle $\chi \to 0$ und $\chi \to \infty$.

Prof. Dr. Sabine Klapp
M. Sc. Alexander Kraft

Vorlesung:	Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 202 Donnerstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 202
Tutorium:	Do 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 733
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bearbeitung und Vorstellung eines Projekts