

Prof. Dr. Sabine Klapp
M. Sc. Alexander Kraft

5. Übungsblatt – Theoretische Physik VI: Kolloidsysteme

Abgabe: Di. 18.11.2014 in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es die Punkte. Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 12 (10 Punkte): Relaxationsdynamik und Gradientensysteme

Betrachten Sie das folgende System

$$(1) \quad \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = \gamma \Delta \rho + \rho - \rho^3$$

und zeigen Sie:

- (i) Obiges System ist ein Gradienten-System, d.h. die Dynamik lässt sich als Ableitung der freien Energie F , eines sogenannten Lyapunov Funktionals auffassen:

$$\partial_t \rho(\vec{r}, t) = - \frac{\delta F[\rho]}{\delta \rho(\vec{r}, t)}$$

Bestimmen Sie $F[\rho]$.

Wir wollen im Folgenden nachvollziehen, dass in Gradientensystemen die Langzeitlösung von $\rho(\vec{r}, t)$ gegen das Minimum $\rho = \rho_{\min}$ der freien Energie $F[\rho]$ relaxiert.

- (ii) Zeigen Sie, dass die freie Energie $F[\rho(\vec{r}, t)]$ monoton abnimmt, also dass gilt

$$\partial_t F[\rho(\vec{r}, t)] < 0 \quad \text{für } \rho \neq \rho_{\min}$$

und

$$\partial_t F[\rho(\vec{r}, t)] = 0 \quad \text{für } \rho = \rho_{\min}$$

- (iii) Es ist physikalisch naheliegend, dass die freie Energie nicht unbeschränkt fallen sollte, sondern einen endlichen Minimalwert C haben sollte. Zeigen Sie, dass

$$F[\rho] \geq C$$

und bestimmen Sie C .

Bitte Rückseite beachten! →

5. Übung TP VI WS14/15

Aufgabe 13 (10 Punkte): Ginzburg-Landau-Funktional für die Flüssigkeit-Gas-Grenzfläche

Die Ginzburg-Landau-Theorie kann für den Ordnungsparameter $\rho(z)$ aufgestellt werden, um die Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Gas zu berechnen. Das zugehörige Großkanonische Potential lautet:

$$\Omega[\rho] = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \left[f_0(\rho(z)) + f_2 \left(\frac{d\rho(z)}{dz} \right)^2 - \mu\rho(z) \right].$$

Berechnen Sie die Gleichgewichtsdichte unter den Randbedingungen, dass

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \rho(z) = \rho_g,$$

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \rho(z) = \rho_l.$$

gilt.

Hinweis: Vereinfachen Sie die Lösung, indem Sie $df_2/dz = 0$ setzen.

Vorlesung:	Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 202 Donnerstag 14:15 Uhr – 15:45 Uhr im EW 202
Tutorium:	Do 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 733
Scheinkriterien:	Mindestens 50% der Übungspunkte Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium Bearbeitung und Vorstellung eines Projekts