

Prof. Dr. Harald Engel  
Kilian Kuhla, Judith Lehnert, Benjamin Lingnau, Alejandro Torres Orjuela, Maximilian Schmitt,  
Dr. Katrin Wolff, Maria Zeitz, Alexander Ziepke

**10. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik**

**Abgabe: Fr. 9.1.2015 bis 13:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

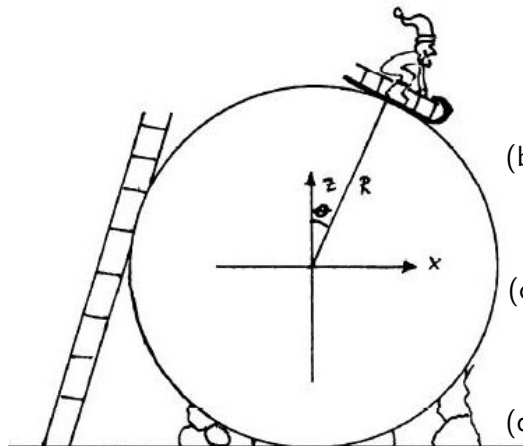
**M Aufgabe 28:** *Kanonische Transformationen*

Bestimmen Sie, ob die folgenden Transformationen kanonisch sind

- (a)  $P = \ln(\sin p), \quad Q = q \tan p,$
- (b)  $P = q, \quad Q = p,$
- (c)  $P = (p^2 + q^2)/2, \quad Q = \arctan(q/p)$

**S Aufgabe 29 (4 Punkte):** *Weihnachtsmann auf Kugel (je 1 Punkt pro Teilaufgabe)*

Ein (fast) punktförmiger Weihnachtsmann der Masse  $m$  liegt in Ruhe auf dem obersten Punkt ( $\theta = 0$ ) einer glatten Kugel (Radius  $R$ ). Durch eine infinitesimal kleine Störung beginnt er nun reibungsfrei auf der Kugeloberfläche herunterzugleiten. Es soll berechnet werden, bei welchem Winkel der Weihnachtsmann abhebt.



- (a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion für eine allgemeine, freie Bewegung eines Massenpunktes im Schwerfeld ( $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$ ) in Kugelkoordinaten  $(r, \theta, \phi)$ . Wie lautet die zu  $\phi$  gehörige Erhaltungsgröße?
- (b) Stellen Sie die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen 1. Art für die Bewegung auf der Kugeloberfläche auf. Setzen Sie  $\phi = \text{const.}$  und begründe dies.
- (c) Multiplizieren Sie die azimutale (zu  $\theta$ -gehörige) Bewegungsgleichung mit  $\dot{\theta}$  und integrieren Sie sie unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung einmal.
- (d) Berechnen Sie die Zwangskraft auf die Kugel und bestimmen Sie damit, unter welchem Winkel  $\theta_0$  der Weihnachtsmann von der Kugel abhebt.

**S Aufgabe 30 (6 Punkte):** *Hamilton-Jacobi-Gleichung und Separation der Variablen (1 + 2 + 3)*

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse  $m$  im Schwerfeld der Erde.

- (a) Wie lautet die Hamilton-Funktion dieses Systems (kartesische Koordinaten)? Machen Sie den Ansatz  $S = S_0 - Et$  und bestimmen Sie die Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung. Wieso kann man diesen Ansatz machen?
- (b) Welches sind die zyklischen Variablen? Bestimmen Sie  $S_0$ , indem Sie einen weiter separierten Ansatz machen.
- (c) Leiten Sie  $S$  nach den freien Konstanten ab und bestimmen Sie so die Bahnkurve zunächst allgemein. Wählen Sie nun die Anfangsbedingungen  $\mathbf{r}(0) = (0, 0, 0)^T$  und  $\mathbf{p}(0) = (p_0, 0, 0)^T$  und bestimmen Sie die Bahnkurve für diesen Fall.

10. Übung TPI WS 14

	<b>Mo</b>	<b>Di</b>	<b>Mi</b>	<b>Do</b>	<b>Fr</b>
08-10		EW 202 HE	EW 202 HE		
10-12		EW 731 MZ HL 102 AZ EW 733 JL		H 3013 KW	EW 731 MS
12-14			EW 731 KK		
14-16	EW 114 AZ	H 2033 ATO		HL 102 BL	
16-18		EW 229 ATO	EW 229 KK		

<b>Sprechstunden</b>			
HE	Prof. Dr. Harald Engel	Mi 14:30-16	EW 738
ATO	Alejandro Torres Orjuela	Di 12-13	EW 060
AZ	Alexander Ziepke	Fr 11-12	EW 060
BL	Benjamin Lingnau	Di 14-15	EW 629
JL	Judith Lehnert	Mo 15-16	ER 246
KK	Kilian Kuhla	Mi 14:45-15:45	EW 060
KW	Dr. Katrin Wolff	Mi 10-11	EW 277B
MS	Max Schmitt	Mo 12-13	EW 708
MZ	Maria Zeitz	Do 14-15	EW 702