Prof. Dr. Harald Engel
Kilian Kuhla, Judith Lehnert, Benjamin Lingnau, Alejandro Torres Orjuela, Maximilian Schmitt,
Dr. Katrin Wolff, Maria Zeitz, Alexander Ziepke

4. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Fr. 14.11.2014 bis 13:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

M **Aufgabe 10**: *Gravitationskraft zweier Körper*

Zwei Körper der Massen m_1 und m_2 bewegen sich im kräftefreien Raum unter dem Einfluss ihrer wechselseitigen Gravitation. Es seien $\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{r}_2$ ihre Ortsvektoren in einem raumfesten Koordinatensystem und $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Die Ortsvektoren im Schwerpunktsystem der beiden Massen seien $\mathbf{r}_1'$ und $\mathbf{r}_2'$.

(a) Wie lauten die Bewegungsgleichungen für $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ im raumfesten Koordinatensystem? Welche qualitative Form haben ihre Bahnkurven (ohne Beweis)?

(b) Wie lauten die Bewegungsgleichungen für $\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2'$ im Schwerpunktsystem?

S **Aufgabe 11 (7 Punkte):** *Gravitationsfeld der Erde*

Nähern Sie die Erde durch eine perfekte Kugel (Radius R) mit homogener Massendichte $\rho(\mathbf{r})$ an. Die Kraft $\mathbf{F}$ auf eine Probemasse m im Gravitationsfeld der Erde ist gegeben durch

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = m\mathbf{g}(\mathbf{r}) \quad \text{mit} \quad \operatorname{div} \mathbf{g}(\mathbf{r}) = -4\pi\gamma\rho(\mathbf{r}).$$

(a) Benutzen Sie den Satz von Gauß, um $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ zu bestimmen. Machen Sie dazu den Ansatz $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = g(r)\mathbf{e}_r$ (Warum geht das?) und integrieren Sie über eine Kugel mit Radius r_0.

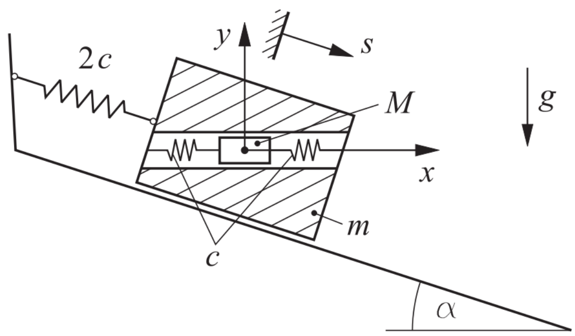
(b) Berechnen Sie nun $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r})$, indem sie explizit das Gravitationspotenzial berechnen:

$$\phi(\mathbf{r}) = -\gamma \int \mathrm{d}^3 r' \, \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

Wie unterscheidet sich das Gravitationsfeld der Erde von dem Feld einer Punktmasse, die die gesamte Erdmasse im Erdmittelpunkt vereinigt?
Hinweis: Machen Sie eine Fallunterscheidung für $r_0 \lesseqgtr R$. Schauen Sie für Aufgabenteil (b) in die Vorlesung.

S **Aufgabe 12 (3 Punkte):** *Schiefe Ebene*

Auf einer schiefen Ebene bewegt sich reibungsfrei ein über eine Feder (Federkonstante $2c$) elastisch aufgehängter Körper der Masse m im homogenen Schwerefeld. In einer radialen Bohrung befindet sich eine über zwei Federn (Federkonstante jeweils c) elastisch angeordnete Masse M, die sich ebenfalls reibungsfrei bewegen kann.
Das System wird mithilfe der generalisierten Koordinaten $q_i \in \{x, s\}$ beschrieben (s. Skizze).



(a) Beschreiben Sie die Ortsvektoren $\mathbf{r}_m$, $\mathbf{r}_M$ der beiden Massen und deren Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{r}}_m$, $\dot{\mathbf{r}}_M$ als Funktion von x und s und deren zeitlichen Ableitungen. Nehmen Sie an, dass beide Massen sich für $x = s = 0$ am Koordinatenursprung in der Gleichgewichtslage befinden.

(b) Berechnen Sie nun die kinetische und potenzielle Energie T, U als Funktion der generalisierten Koordinaten. Berechnen Sie daraus die Lagrange-Funktion des Systems

$$L(q_i, \dot{q}_i) = T(q_i, \dot{q}_i) - U(q_i, \dot{q}_i, t)\,.$$

(c) Stellen Sie nun die Bewegungsgleichungen für x und s auf, indem Sie die Lagrange-Gleichungen zweiter Art aufstellen:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0\,.$$

Hinweis: Die Bewegungsgleichungen sollen nicht gelöst werden!

	Mo	**Di**	**Mi**	**Do**	**Fr**
08-10		EW 202 HE	EW 202 HE		
10-12		EW 731 MZ HL 102 AZ EW 733 JL		H 3013 KW	EW 731 MS
12-14			EW 731 KK		
14-16	EW 114 AZ	H 2033 ATO		HL 102 BL	
16-18		EW 229 ATO	EW 229 KK		

Sprechstunden			
HE	Prof. Dr. Harald Engel	Mi 14:30-16	EW 738
ATO	Alejandro Torres Orjuela	Di 12-13	EW 060
AZ	Alexander Ziepke	Fr 11-12	EW 060
BL	Benjamin Lingnau	Di 14-15	EW 629
JL	Judith Lehnert	Mo 15-16	ER 246
KK	Kilian Kuhla	Mi 14:45-15:45	EW 060
KW	Dr. Katrin Wolff	Mi 10-11	EW 277B
MS	Max Schmitt	Mo 12-13	EW 708
MZ	Maria Zeitz	Do 14-15	EW 702