Prof. Dr. Harald Engel
Kilian Kuhla, Judith Lehnert, Benjamin Lingnau, Alejandro Torres Orjuela, Maximilian Schmitt, Dr. Katrin Wolff, Maria Zeitz, Alexander Ziepke

5. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

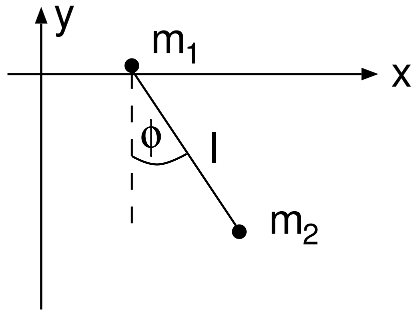
Abgabe: Fr. 21.11.2014 bis 13:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

M **Aufgabe 13**: *Pendel mit beweglichem Aufhängepunkt*

Ein ebenes Pendel der Masse m_2 bewegt sich im homogenen Schwerefeld der Erde. Sein Aufhängepunkt besitzt die Masse m_1 und kann sich entlang einer horizontalen Geraden bewegen.

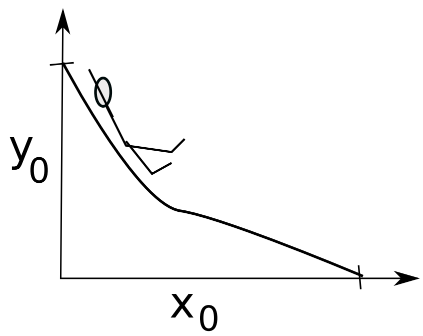
(a) Drücken Sie die Koordinaten der Massepunkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) mittels der verallgemeinerten Koordinaten x und ϕ aus.

(b) Wie lautet die Lagrangefunktion $L(x, \dot{x}, \phi, \dot{\phi})$?



S **Aufgabe 14 (6 Punkte):** *Brachystochronenproblem (1.5+2.5+2=6 Punkte)*

An Bord eines Flugzeuges ist nach der Landung ein Feuer ausgebrochen. Die Passagiere müssen über eine Notrutsche aussteigen, auf der sie reibungsfrei herabgleiten. Sie müssen dabei nicht nur den Höhenunterschied y_0 bewältigen, sondern sich aus Sicherheitsgründen auch noch den Abstand x_0 vom Flugzeug entfernen. Bestimmen Sie die optimale Form (Bahn) der Rutsche, damit die Passagiere das Flugzeug auf dem schnellsten Wege verlassen können.



(a) Zeigen Sie, dass das Funktional $T[y]$ durch

$$T[y] = \int_0^{t_f} dt = \int_0^{x_0} \sqrt{\frac{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{2g(y_0 - y(x))}}dx$$

gegeben ist. Folgern Sie dies aus der Energieerhaltung.

(b) Leiten Sie aus der Extremalbedingung $\frac{\delta T[y]}{\delta y(x)} = 0$ eine Differentialgleichung für $y(x)$ her. Diese Differentialgleichung sollte äquivalent sein zu

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2g(y_0 - y(x))(1+(y'(x))^2)}\right] = 0$$

(ohne Beweis).

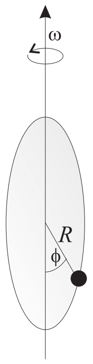
(c) Integrieren Sie obige Differentialgleichung einmal und zeigen Sie, dass die Lösung durch

$$x = x(s) = \frac{c^2}{4g}(s - \sin(s)) \qquad \text{und} \qquad y = y(s) = y_0 - \frac{c^2}{4g}(1 - \cos(s))$$

gegeben ist. Stellen Sie mit Hilfe der Randbedingungen eine Bestimmungsgleichung für die Integrationskonstante c auf.

S **Aufgabe 15 (4 Punkte):** *Fliehkraftpendel (2+2=4 Punkte)*

Ein Ring vom Radius R rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine Achse parallel zum homogenen Schwerefeld der Erde. Auf dem Ring bewege sich reibungsfrei ein Massenpunkt der Masse m.



(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Massenpunkts mit Hilfe der Lagrangeschen Gleichungen 2. Art auf.

(b) Bestimmen Sie die Gleichgewichtspunkte der Bewegung des Massenpunkts und untersuchen Sie deren Stabilität.

	Mo	**Di**	**Mi**	**Do**	**Fr**
08-10		EW 202 HE	EW 202 HE		
10-12		EW 731 MZ HL 102 AZ EW 733 JL		H 3013 KW	EW 731 MS
12-14			EW 731 KK		
14-16	EW 114 AZ	H 2033 ATO		HL 102 BL	
16-18		EW 229 ATO	EW 229 KK		

Sprechstunden			
HE	Prof. Dr. Harald Engel	Mi 14:30-16	EW 738
ATO	Alejandro Torres Orjuela	Di 12-13	EW 060
AZ	Alexander Ziepke	Fr 11-12	EW 060
BL	Benjamin Lingnau	Di 14-15	EW 629
JL	Judith Lehnert	Mo 15-16	ER 246
KK	Kilian Kuhla	Mi 14:45-15:45	EW 060
KW	Dr. Katrin Wolff	Mi 10-11	EW 277B
MS	Max Schmitt	Mo 12-13	EW 708
MZ	Maria Zeitz	Do 14-15	EW 702