

Prof. Dr. Tobias Brandes
Dr. Javier Cerrillo

3. Übungsblatt – Statistische Mechanik

Abgabe: Fr. 07.11.2014 in der Vorlesung

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 5 (5 Punkte): Poisson-Boltzmann-Gleichung

Betrachten Sie einen langen Zylinder des Radius r_0 , der eine positive Ladungsdichte λ besitzt. Er befindet sich in einer coaxialen Elektrolyt-Zelle mit Radius R . Finden Sie die Poisson-Boltzmann-Gleichung die das System beschreibt mit Rücksicht auf der Geometrie des Problems. Finden Sie die Grenzbedingungen vom Potential $\Phi(r)$ durch das Gaußsche Gesetz und lösen Sie die Gleichung analytisch mit Hilfe der Substitution

$$(1) \quad \Phi(r) = -2 \ln [ar \cos(f(r))],$$

wo a sei eine Konstante.

Für den Fall $\lambda l_B > 4\pi q_+$, mit l_B die Bjerrum Länge, finden Sie den Radius wo der Minimum der Dichte der Gegen-Ionen sich befindet.

Aufgabe 6 (5 Punkte): Variationsgleichungen

Betrachten Sie ein allgemeines funktional $I(\phi)$ und die Definition einer Funktional-Derivative

$$(2) \quad \frac{\delta I}{\delta \phi(x)} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} \frac{\partial I}{\partial \phi_i},$$

wo $\phi(x)$ in einem Diskreten Bild als ein Vektor mit Komponenten ϕ_i dargestellt wird. Berechnen Sie Derivativen von folgenden Funktionalen

$$1. \quad I = \int dy f(y) \phi^p(y),$$

$$2. \quad I = \int dy V(\phi(y)),$$

$$3. \quad I = \int dy \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2$$

und die Derivativen

$$1. \quad \frac{\delta \phi(x)}{\delta \phi(y)},$$

$$2. \quad \frac{\delta I}{\delta \psi(x)}.$$