

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD

Dipl. Phys. Arash Azhand, Dr. Alexander Carmele, Dr. Julia Kabuß, Jan Totz, M.Sc.

**1. Übungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II****Abgabe: Mo. 27.10.2014 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude***Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen.***Aufgabe 1 (8 Punkte): Unschärferelation**

Schätzen Sie die Größenordnung der Dauer, über die ein Eiswürfel auf seiner Spitze balanciert werden kann, wenn die einzige Einschränkung durch die Heisenbergsche Unschärferelation gegeben ist. Nehmen Sie an, dass die Spitze scharf ist und auf einer harten Oberfläche ruht. Sie dürfen Näherungen machen, die die Größenordnung des Ergebnisses nicht ändern. Nehmen Sie vernünftige Werte für Abmessungen und Gewicht des Eiswürfels an. Geben Sie ein genähertes numerisches Resultat in Sekunden an.

Lösungsvorschlag:

Betrachten Sie den Eiswürfel als Massenpunkt im Abstand  $l$  zur Spitze und stellen Sie die klassische Bewegungsgleichung auf (mathematisches Pendel auf dem Kopf). Nähern Sie diese für kleine Winkel  $\varphi$  und Auslenkung  $x$ , so dass  $\sin(\varphi) \approx \varphi$  und  $\varphi \approx x/l$ . Wegen der Unschärferelation ist die Anfangsgeschwindigkeit nicht Null, sondern  $\frac{\hbar}{m\Delta x}$ . Sagen wir, der Eiswürfel sei umgefallen, wenn  $x > l/4$ . Wählen Sie  $\Delta x$  maximal. Wer mag, kann sich mit einem eiswürfelähnlichen Gegenstand überzeugen, dass die durch die Quantenmechanik gesetzte Zeitmarke nicht zu knacken ist, und dies im Tutorium demonstrieren.

**Aufgabe 2 (8 Punkte): Zwei-Niveau System**

Ein Zwei-Niveau System ist gegeben durch den Hamiltonoperator

$$H = a(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|) + b(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|),$$

wobei  $a$  und  $b$  positive Zahlen mit der Dimension einer Energie sind.

- Finden Sie die Energieeigenwerte und die entsprechenden Eigenkets (als Linearkombination von  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$ ).
- Nehmen Sie an, wir hätten uns vertippt und geschrieben

$$H = a(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|) + b|1\rangle\langle 2|.$$

Welches grundlegende Prinzip wäre dann verletzt? Illustrieren Sie das Problem, indem Sie den anfänglichen Zustand  $|\psi(0)\rangle = |2\rangle$  mit dem ungültigen Hamiltonoperator zeitentwickeln. Welche Bedingung an eine Wellenfunktion ist dann nicht mehr erfüllt? Der Einfachheit halber dürfen Sie hier  $a = 0$  annehmen.

**Aufgabe 3 (4 Punkte): Zeitentwicklungsoperator für Bloch-Elektronen**

Elektronen im Kristall können näherungsweise beschrieben werden durch den Hamiltonoperator

$$H = \sum_k \epsilon_k |k\rangle\langle k|,$$

wobei  $\hbar k$  die Quasi-Impulse der Elektronen sind und  $\epsilon_k$  die zugehörigen Energien. Berechnen Sie die Matrixelemente  $\langle k|U(t)|k'\rangle$  des Zeitentwicklungsoperators  $U = e^{-iHt/\hbar}$ . Nehmen Sie an, dass die Impulszustände ein Orthonormalsystem bilden, dass also  $\langle k|k'\rangle = \delta_{k,k'}$ .

**Bitte Rückseite beachten! →**

## 1. Übung TPV WS14/15

### Vorlesung:

- Dienstags 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.
- Donnerstags 8:15 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203.

### Tutorien:

- Mi. 08–10 Uhr im EW 731
- Do. 10–12 Uhr im EW 229
- Do. 10–12 Uhr im EW 246 (Reservetermin)
- Do. 12–14 Uhr im EW 731
- Fr. 12–14 Uhr im EW 731.

### Sprechzeiten:

- Do. 15–16 Uhr im EW 627 bei Arash Azhand
- Mi. 14–15 Uhr im EW 704 bei Alexander Carmele
- Fr. 14–15 Uhr im EW 703 bei Julia Kabuß
- Do 15–16 Uhr im EW 627 bei Jan Totz

### Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.
- Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der letzten Vorlesungswoche).

### Literatur zur Lehrveranstaltung:

- Udo Scherz, Quantenmechanik, Eine kompakte Einführung, Teubner, U Wiesbaden 2005.
- Eugen Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie, 6. Auflage, Aula-Verlag, Wiesbaden 1988.
- Franz Schwabl, Quantenmechanik 1 & 2, 7. Auflage, Springer-Lehrbuch, Berlin 2007 (auch als ONLINE-Resource).
- Wolfgang Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/1,2: Quantenmechanik, 5. Auflage, Springer-Lehrbuch, Berlin 2002 (auch als ONLINE-Resource).
- Albert Messiah, Quantenmechanik; Bd. 1 u. 2. Berlin : de Gruyter, 1990.
- Heinrich Mitter, Quantentheorie, 2., überarb. Aufl., unveränd. Nachdr. , BI-Wiss.-Verl., 1987.
- Walter Greiner, Relativistische Quantenmechanik und Quantentheorie-Spezielle Kapitel, Verlag Harri Deutsch.