

Prof. Dr. Holger Stark  
Johannes Blaschke, Alice von der Heydt, Benjamin Lingnau, Maria Zeitz,  
Samuel Brem, Christopher Wächtler

## 9. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

**Abgabe: Mo. 04.01.2016 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

### **M** Aufgabe 26: *Transversale oder Coulomb-Eichung*

Betrachten Sie die Coulomb-Eichung der elektromagnetischen Potentiale, Gln. (6.18) bis (6.20) aus der Vorlesung. Beweisen Sie, dass mit der Eichung  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  die inhomogene Wellengleichung für das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  in die Form (6.20),

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j}_t$$

mit

$$\mathbf{j}_t(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left( \nabla \times \int d^3r' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)$$

gebracht werden kann, wobei  $\mathbf{j}_t$  der durch  $\nabla \cdot \mathbf{j}_t = 0$  eindeutig bestimmte transversale (quellenfreie) Anteil der Stromdichte  $\mathbf{j}$  ist.

*Hinweis:* Betrachten Sie die Kontinuitätsgleichung für die Ladungsdichte und den longitudinalen Anteil der Stromdichte gemäß Helmholtz-Theorem.

### **S** Aufgabe 27 (8+2+3=13 Punkte): *Energiestromdichte rotierender geladener Hohlzylinder, begrenzte Energiegeschwindigkeit*

- (a) Ein in  $z$ -Richtung unendlich langer Hohlzylinder mit Radius  $R$  (Vakuum innen und außen) trage die homogene Flächenladungsdichte  $\sigma_0$ . Der Zylinder beginne langsam um seine Symmetrieachse zu rotieren, mit folgendem Zeitprotokoll der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ :

$$\omega(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \frac{\omega_0}{T} t, & 0 < t \leq T, \\ \omega_0, & t > T \quad (T > 0, \omega_0 R \ll c) \end{cases}$$

- (i) Berechnen Sie für alle Zeiten das elektrische Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  und das magnetische Feld  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  innerhalb und außerhalb des Zylinders. (Vernachlässigen Sie die „Sprungstellen“  $t = 0$  und  $t = T$ , für die  $\omega(t)$  nicht differenzierbar ist.)
- (ii) Berechnen Sie den Poyntingvektor (Stromdichte der em. Feldenergie)  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ .
- (b) Zeigen Sie allgemein, dass die sogenannte Energiegeschwindigkeit

$$\mathbf{v}_E := \frac{\mathbf{S}}{u}$$

mit dem Poyntingvektor  $\mathbf{S}$  und der Energiedichte des elektromagnetischen Felds

$$u = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B})$$

begrenzt ist durch

$$|\mathbf{v}_E| \leq \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

(Das Medium sei linear und isotrop, und  $\mu = \mu_0 \mu_r$  und  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  seien zeitlich konstant).

**Bitte Rückseite beachten! →**

9. Übung TPIII WS 15/16

*Hinweis:* Verwenden Sie eine geeignete Abschätzung für

$$|\mathbf{E}|^2|\mathbf{B}|^2 - \frac{1}{4} \left( \sqrt{\varepsilon\mu}|\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}|\mathbf{B}|^2 \right)^2$$

**S** Aufgabe 28 (7 Punkte): *Kraft auf geladene Halbkugel*

Eine homogen geladene Kugel mit Gesamtladung  $Q$  und Radius  $R$  sei im Ursprung zentriert und fixiert. Berechnen Sie die Kraft, die auf die „nördliche Hemisphäre“ wirkt, indem Sie die Oberflächenkräfte auf die einzelnen Grenzflächen mit Hilfe des Maxwell'schen Spannungstensors berechnen und summieren.

**Zum Übungsbetrieb:** Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Bedingung für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Es müssen mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10					EW 203 HS
10-12				EB 133C AH/MZ	BH-N 333 BL/JB
12-14	ER 164 CW	H 3012 SB	EW 203 HS		
14-16			H 1029 CW		
16-18			BH-N 333 SB		

Sprechstunden			
HS	Prof. Dr. Holger Stark	Fr 11:30–12:00	EW 709
AH	Alice von der Heydt	Mo 16–17	EW 266
BL	Benjamin Lingnau	Di 14–15	EW 629
CW	Christopher Wächtler	Mo 14–15	EW 060
JB	Johannes Blaschke	Do 10–11	EW 708
MZ	Maria Zeitz	Mi 10–11	EW 702
SB	Samuel Brem	Di 11–12	EW 060