

Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD  
Dr. Alice von der Heydt, Dr. Benjamin Lingnau, Lasse Ermoneit, Anne-Kathleen Malchow

## 11. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

**Abgabe: Di. 24.01.2017 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

### **Aufgabe 30 (10 Punkte):** KRAMERS-KRONIG-Relationen

Das Absorptionsverhalten eines Materials sei durch den Imaginärteil der komplexen dielektrischen Funktion gegeben als

- (a)  $\epsilon''(\omega) = \sin \omega$ ,  
(b)  $\epsilon''(\omega) = \Theta(\omega - \omega_1) - \Theta(\omega - \omega_2)$ , mit  $\omega_1 < \omega_2$ .

Hierbei ist  $\Theta(x)$  die Heaviside-Funktion. Berechnen Sie mit Hilfe der KRAMERS-KRONIG-Relation

$$\epsilon'(\omega) - 1 = \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{\omega} \frac{\epsilon''(\tilde{\omega})}{\tilde{\omega} - \omega}$$

( $\mathcal{P}\int$  bezeichnet den Hauptwert des Integrals) den Realteil der dielektrischen Funktion. Stellen Sie anschließend  $\epsilon'(\omega)$  und  $\epsilon''(\omega)$  als Funktion von  $\omega$  graphisch dar.

*Hinweise:*

- Führen Sie das Hauptwertintegral auf ein Integral der Form

$$\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{f(x)}{x} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\epsilon}^{\infty} dx \frac{f(x) - f(-x)}{x}$$

zurück, und verwenden Sie das Integral

$$\int_0^{\infty} dx \frac{\sin(cx)}{x} = \frac{\pi \operatorname{sgn}(c)}{2}.$$

- Unterscheiden Sie in (b) die drei Fälle  $\omega < \omega_1$ ,  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , und  $\omega_2 < \omega$  zur Auswertung der auftretenden Integrale.

### **Aufgabe 31 (10 Punkte):** FRESNEL'sche Formeln

- (a) Verwenden Sie die Stetigkeitsbedingungen sowie das Gesetz von SNELLIUS, um die Relationen für die Amplitudenverhältnisse,  $t = E'/E$  bzw.  $r = E''/E$ , der transmittierten ( $E'$ ) bzw. reflektierten ( $E''$ ) zur einfallenden ( $E$ ), ebenen Welle in Abhängigkeit des Einfallswinkels  $\alpha$  und der Brechungsindizes  $n$  und  $n'$  herzuleiten, für die parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten:

$$r_{\parallel} = \frac{E''_{\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{n'^2 \cos(\alpha) - n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2(\alpha)}}{n'^2 \cos(\alpha) + n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2(\alpha)}}$$

(Sie dürfen sich auf den Fall  $\mu = \mu'$  beschränken).

- (b) Zeigen Sie, dass für senkrechten Einfall das Amplitudenverhältnis  $\frac{E''_0}{E_0}$  unabhängig davon ist, ob das Licht senkrecht oder parallel polarisiert ist:

$$r = \frac{E''_0}{E_0} = \frac{n' - n}{n' + n}$$

11. Übung TPIII WS 16/17

- (c) Betrachten Sie die Frequenzabhängigkeit der Reflektivität  $R = |r|^2$  bei senkrechter Bestrahlung einer Luft-Metall-Grenzfläche. Verwenden Sie  $n_{\text{Luft}} = 1$  und

$$\epsilon_{\text{Metall}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}.$$

Hierbei ist  $\omega_{pl}$  die Plasmafrequenz des Elektronengases im Metall. Zeigen Sie, dass dann

$$R(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } \omega \leq \omega_{pl} \\ \left( \frac{1 - \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}}{1 + \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}} \right)^2 & \text{für } \omega > \omega_{pl} \end{cases}$$

gilt. Plotten Sie  $R(\omega)$  für  $\omega \in [0, 2\omega_{pl}]$ .

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Vorstellen einer Übungsaufgabe im Tutorium.
- Bestandene Klausur. Diese findet am 10.02.2017 um 08:00 s.t. im H3010 statt.

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10					EW 203 ES
10-12				EW 226 LE	EW 114 LE EW 226 BL
12-14		EW 114 AH EW 731 AM	EW 203 ES		
14-16				EW 226 AM	

Sprechstunden			
ES	Prof. Dr. Eckehard Schöll, PhD	nach Vereinbarung	EW 735
AM	Anne-Kathleen Malchow	Mo 14-15	EW 060
BL	Benjamin Lingnau	Di 15-16	EW 629
AH	Alice von der Heydt	Mi 15:30-16:30	EW 266
LE	Lasse Ermoneit	Do 13:30-14:30	EW 060