

Prof. Dr. Harald Engel

Jan Totz, Maria Zeitz, Manuel Katzer, Willy Knorr, Ché Netzer, Philip Knospe

9. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Bis Mo. 09.01.2017 10:00 im Briefkasten am Hintereingang des ER-Gebäudes

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden sehr ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Deckblatt von der Homepage verwenden! Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen.

Aufgabe 26 (20 Punkte): Kepler-Problem im Hamilton-Jacobi-Formalismus

Behandeln Sie das Kepler-Problem mit Hilfe der Hamilton-Jacobi-Gleichung. Das Gravitationspotential ist gegeben durch $V(r) = -\frac{k}{r}$ mit $k = \gamma m_1 m_2$.

- (a) Leiten Sie ausgehend von der Lagrange-Funktion in Kugelkoordinaten $L(r, \vartheta, \varphi)$ die Hamilton-Funktion her. Hierbei sind ϑ der Meridionalwinkel und φ der Azimutwinkel.
- (b) Zur Verifikation Ihrer Rechnung lösen Sie numerisch die resultierenden Bewegungsgleichungen des Lagrange-II und Hamilton-Formalismus. Vergleichen Sie die Zeitentwicklung der Variablen r , ϑ und φ . Verwenden Sie für die Simulationen folgende Werte: $m = 0.0001$, $k = 10$, $r_0 = 10$, $\vartheta_0 = \pi/2$, $\varphi_0 = 0$, $\dot{r}_0 = 0$, $\dot{\vartheta}_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = 5$ und Simulationslänge $t_{sim} = 1$.
- (c) Warum lässt sich die Wirkung S schreiben als $S(\underline{r}, \underline{p}, t) = \bar{S}(\underline{r}, \underline{p}) - \alpha_r t$? Formulieren Sie damit die Hamilton-Jacobi-Gleichung.
- (d) Welche Variable ist zyklisch? Warum können wir deshalb eine neue Konstante einführen? Nennen Sie diese Konstante α_φ .
- (e) Machen Sie den Separationsansatz $\bar{S} = \bar{S}_r(r) + \bar{S}_\vartheta(\vartheta) + \bar{S}_\varphi(\varphi)$. Warum zerfällt die verbleibende Differentialgleichung in zwei unabhängige Differentialgleichungen? Nennen Sie die dabei auftauchende neue Konstante α_ϑ^2 .
- (f) Zeigen Sie, dass diese Konstante das Quadrat des Gesamtdrehimpulses ist!
- (g) Berechnen Sie die generalisierten Koordinaten \bar{q}_k als Ableitungen der Wirkungsfunktion. *Hinweis:* Als Ergebnis erhalten Sie Integralausdrücke. Die auftretenden Integrale müssen nicht ausgewertet werden.
- (h) Berechnen Sie die Impulse $p_k = \frac{\partial S}{\partial q_k}$.

Vorlesung:

- Dienstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 202.
- Mittwoch 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 202.

Webseite:

- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der TU Webseite mit Direktzugang: 176875

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur Originalabgaben akzeptiert. Keine Kopien oder elektronischen Abgaben. Bei Programmieraufgaben ist verwendeter Code ausgedruckt mit abzugeben.