

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)  
Dr. Johannes Blaschke (Sprechstunde: Mi 10:00-11:00 in EW 708)

## 8. Übungsblatt – Statistische Physik

**Abgabe/Vorrechnen: Mo. 12.12.2016 im Tutorium (12:15 - 13:45 EW 731)**

**M Aufgabe 25: Energie Fluktuationen im kanonischen Ensemble**

- (a) Zeigen Sie, dass im kanonischen Ensemble  $\ln \mathcal{Z}(\beta)$  die erzeugende Funktion der Kumulanten der inneren Energie  $U$  ist:

$$\langle U^n \rangle_c = (-1)^n \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \ln \mathcal{Z}(\beta). \quad (5.19)$$

- (b) Leiten Sie den Zusammenhang

$$\langle U^2 \rangle_c = k_B T^2 C_v, \quad (5.22)$$

zwischen der zweiten Kumulante und der spezifischen Wärme  $C_v = \left. \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial T} \right|_{V,N}$  her.

**S Aufgabe 26 (10 Punkte): Klassisches ideales Gas im Gravitationsfeld (5x2 Punkte)**

Betrachten Sie ein ideales, nicht-wechselwirkendes Gas aus  $N$  ununterscheidbaren Atomen unter Einfluss der Fallbeschleunigung  $g$ . Die Hamilton-Funktion dieses System lautet

$$(1) \quad H(\{\mathbf{p}_n\}, \{\mathbf{q}_n\}) = \sum_{n=1}^N h(\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n), \quad h(\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n) = \frac{\mathbf{p}_n^2}{2m} + mgz_n + U(\mathbf{q}_n),$$

mit  $\mathbf{q}_n = (x_n, y_n, z_n)$ . Hierbei stellt  $h(\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_n)$  einen Ein-Teilchen-Hamiltonian dar und das Potential  $U$  schränkt die Bewegung der Teilchen auf das Volumen  $V = A \cdot \ell$ , mit der Grundfläche  $A$  und der Höhe  $\ell$  ein.

- (a) Berechnen Sie im kanonischen Ensemble die Ein-Teilchen-Zustandssumme  $Z_1$  und zeigen Sie, dass diese sich als

$$(2) \quad Z_1 = \frac{A}{\lambda_T^3 \beta m g} \left( 1 - e^{-\beta m g \ell} \right)$$

schreiben lässt. Hierbei ist  $\lambda_T = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$  die thermische Wellenlänge, und  $\beta = 1/k_B T$ .

- (b) Geben Sie die N-Teilchen-Zustandssumme an.  
(c) Berechnen Sie die mittlere Energie  $E = \langle U \rangle$  in diesem System. Betrachten Sie den Grenzfall  $g \rightarrow 0$ .  
(d) Zeigen Sie, dass die mittlere Höhe eines Teilchens durch

$$(3) \quad \langle z \rangle = \ell \left[ \frac{1}{\beta m g \ell} + \frac{1}{1 - e^{-\beta m g \ell}} \right]$$

gegeben ist. Betrachten Sie den Grenzfall  $l \rightarrow \infty$ .

**Hinweis:** Überlegen Sie, wie sich  $\langle z \rangle$  als Ableitung von der Zustandssumme schreiben lässt.

- (e) Berechnen Sie im Grenzfall  $g \rightarrow 0$  die freie Energie, die Entropie und den Druck des Systems.

## 8. Übung SP WS16

### **Zum Übungsbetrieb:**

Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.