Prof. Dr. Kathy Lüdge
Dr. Arash Azhand, Alexander Kraft, Manuel Katzer, Lasse Ermoneit

11. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mi. 31.01.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 30 (6 Punkte): *Addition von Geschwindigkeiten unter* LORENTZ-*Transformationen*

Gegeben seien drei Bezugssysteme Σ_1, Σ_2 und Σ_3, die sich paarweise relativ zueinander mit konstanten Geschwindigkeiten v_{ji}, wobei $i, j \in \{1, 2, 3\}$, in x-Richtung bewegen: Σ_2 bewege sich relativ zu Σ_1 mit der Geschwindigkeit v_{21}, und Σ_3 relativ zu Σ_2 mit der Geschwindigkeit v_{32}. Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit v_{31}, mit der sich Σ_3 relativ zu Σ_1 bewegt, gegeben ist durch

$$v_{31} = \frac{v_{21} + v_{32}}{1 + \frac{v_{21} v_{32}}{c^2}}.$$

Hinweis: Die Darstellungen der zugehörigen speziellen LORENTZ-Transformationen als Matrizen bilden eine Gruppe. Nutzen Sie die Eigenschaft, um die gesuchte Geschwindigkeit zu bestimmen.

Aufgabe 31 (7 Punkte): *Kontra- und kovariante Vektoren,* MINKOWSKI-*Norm*

Die MINKOWSKI-Norm und das zugehörige Skalarprodukt sind definiert durch das raum–zeitliche Abstandsquadrat $(\mathrm{d}s)^2 = (c\,\mathrm{d}t)^2 - \left(\mathrm{d}x^1\right)^2 - \left(\mathrm{d}x^2\right)^2 - \left(\mathrm{d}x^3\right)^2$.

(a) Schreiben Sie die MINKOWSKI-Norm und das zugehörige Skalarprodukt

  (i) mit Hilfe des metrischen Tensors,

  (ii) unter Verwendung von kontra- und kovarianten Vektorkomponenten (EINSTEIN'sche Summenkonvention).

(b) Unter einer LORENTZ-Transformation U transformiert ein kontravarianter Vektor gemäß $x'^{\mu} = U^{\mu}{}_{\nu} x^{\nu}$. Wie transformiert ein kovarianter Vektor $x'_{\mu} = U'_{\mu}{}^{\nu} x_{\nu}$, bzw. welches ist der Zusammenhang zwischen U' und U?

(c) Schließen Sie aus der Invarianz des MINKOWSKI-Skalarprodukts gegenüber LORENTZ-Transformationen auf die Einträge $U^{\lambda}{}_{\mu} U'_{\lambda}{}^{\nu}$.

Aufgabe 32 (7 Punkte): *Vierer-Beschleunigung*

Verwenden Sie die in der Vorlesung eingeführten Ausdrücke für Vierer-Geschwindigkeit u^{μ} und Eigenzeit τ, um die Vierer-Beschleunigung $b^{\mu} = \mathrm{d}u^{\mu} / \mathrm{d}\tau$ zu bestimmen.

(a) Zeigen Sie, dass im MINKOWSKI-Raum die Beschleunigung stets orthogonal zur Geschwindigkeit ist.

(b) Drücken Sie die Komponenten von b^{μ} explizit durch die Komponenten der Systemgeschwindigkeit $\underline{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ aus.

Bitte Rückseite beachten!⟶

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
  Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Fr. 13:00 - 14:00	EW 741
Dr. Arash Azhand	Do. 14:00 - 15:00	EW 627
Alexander Kraft	Mi. 13:00 - 14:00	EW 269
Manuel Katzer	Di. 16:00 - 17:00	EW 060
Lasse Ermoneit	Mo. 14:00 - 15:00	EW 060