

Prof. Dr. Kathy Lüdge

Dr. Arash Azhand, Alexander Kraft, Manuel Katzer, Lasse Ermoneit

**3. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik****Abgabe: Mi. 15.11.2017 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude****Aufgabe 7 (6 Punkte):** *Poisson Gleichung für das Elektrische Potential*

Benutzen sie die Poisson Gleichung:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} . \quad (1)$$

um das elektrische Potential  $\phi$  für folgende Ladungsdichten  $\rho$  zu bestimmen. Bestimmen Sie auch die dabei auftretenden Konstanten.

- $\rho(\mathbf{r})$  ist gleichmäßig verteilt innerhalb einer Kugel mit Radius  $R$ :
- $\rho(\mathbf{r})$  ist gleichmäßig verteilt auf einer Kugeloberfläche mit Radius  $R$ .
- $\rho(\mathbf{r})$  ist gleichmäßig verteilt auf einer Zylinderoberfläche mit Radius  $R$ .

**Hinweis:** Benutzen Sie ein Koordinatensystem das zu der Geometrie von  $\rho(\mathbf{r})$  passt.  $\nabla^2$  hat die Form

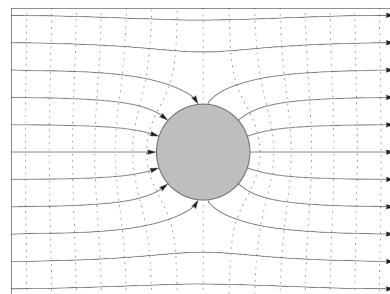
$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} \quad (2)$$

in sphärischen Koordinaten und in zylindrischen Koordinaten die Form:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (3)$$

**Aufgabe 8 (8 Punkte):** *Leitende Kugel im homogenen elektrischen Feld*

Eine ungeladene Metallkugel im Ursprung mit dem Radius  $R$  befindet sich in einem homogenen elektrischen Feld  $\underline{E} = (0, 0, E_0)^T$ . Gesucht ist das elektrostatische Potential  $\phi(\underline{r})$ .



- Um die Symmetrie der Kugel nutzen zu können, begeben wir uns in Kugelkoordinaten. Stellen Sie zunächst das zu dem externen elektrischen Feld gehörige Potential  $\phi_{\text{ex}}(\underline{r})$  in kartesischen und Kugelkoordinaten dar. Wählen Sie  $\vartheta = \angle(\underline{r}, \underline{e}_z)$ .
- Finden Sie die korrekten Randbedingungen für  $\phi(\underline{r})$ 
  - am Rand der Kugel  $r = R$ ,
  - unendlich weit weg von der Kugel, für  $r \rightarrow \infty$ .
- Durch das in  $z$ -Richtung zeigende elektrische Feld ist das Problem zylindersymmetrisch. Die Laplace-Gleichung in Kugelkoordinaten mit dieser Symmetrie lässt sich mit dem folgenden

3. Übung TPIII WS 17/18

Ansatz lösen:

$$\phi(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left( a_{\ell} r^{\ell} + b_{\ell} r^{-(\ell+1)} \right) P_{\ell}(\cos \vartheta) \quad (4)$$

$$P_0(\cos \vartheta) = 1$$

$$P_1(\cos \vartheta) = \cos \vartheta$$

$$P_2(\cos \vartheta) = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \vartheta - 1)$$

...

Hierbei sind  $P_{\ell}$  die Legendre-Polynome. Nutzen Sie die in (b) gefundenen Randbedingungen, um die Konstanten in (4) zu bestimmen (*Hinweis*: Koeffizientenvergleich). Berechnen Sie  $\phi(\underline{r})$  und  $\underline{E}(\underline{r})$ .

(d) Berechnen Sie die Oberflächenladungsdichte  $\sigma$ .

(e) Bestimmen Sie das durch diese Oberflächenladung induzierte Dipolmoment  $\underline{p}$ .

*Hinweis*: Vergleichen Sie das elektrische Feld mit der aus der Vorlesung bekannten Multipolentwicklung.

**Aufgabe 9 (6 Punkte):** *Biot-Savart'sches Gesetz, Magnetfeld eines geraden Leiters*

Verwenden Sie das BIOT-SAVART'SCHE Gesetz,

$$\underline{B}(\underline{r}) = I' \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L'} \frac{d\underline{r}' \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

um die magnetische Induktion eines unendlich langen geraden Leiters  $L'$  zu berechnen. Der Leiter werde von einem zeitlich konstanten Strom  $I'$  durchflossen. Berechnen Sie die Rotation dieses Feldes außerhalb des Leiters explizit und erklären Sie, warum sich kein *skalares* Potential für dieses Feld definieren lässt.

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).  
*Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!*
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Fr. 13:00 - 14:00	EW 741
Dr. Arash Azhand	Do. 14:00 - 15:00	EW 627
Alexander Kraft	Mi. 13:00 - 14:00	EW 269
Manuel Katzer	Di. 16:00 - 17:00	EW 060
Lasse Ermoneit	Mo. 14:00 - 15:00	EW 060