

Prof. Dr. Kathy Lüdge

Dr. Arash Azhand, Alexander Kraft, Manuel Katzer, Lasse Ermoneit

6. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik**Abgabe: Mi. 06.12.2017 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude****Aufgabe 16 (5 Punkte):** *Magnetische Dipolstrahlung*

Es sei gegeben die Stromdichte

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -\mu(t) \times \nabla \delta(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

- (a) Berechnen Sie hierfür das magnetische Moment und das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$. Letzteres sowohl exakt als auch in zweiter Ordnung der Multipolentwicklung und vergleichen Sie die Ergebnisse der beiden Wege. Lassen Sie dabei ein zeitlich konstantes skalares Potential ausser Acht.
- (b) Bestimmen Sie nun die Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} in der Fernfeldnäherung und diskutieren Sie das Ergebnis physikalisch.

Aufgabe 17 (10 Punkte): *Strahlungsdämpfung eines Dipols*

Im Rutherford'schen Atommodell für das Wasserstoffatom nimmt man an, dass sich ein Elektron (Ladung $-e$) auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und der Winkelgeschwindigkeit ω um den Kern bewegt. Dieses hat das elektrische Dipolmoment $\mathbf{d}(t) = -e\mathbf{r}(t)$ zur Folge.

- (a) Berechnen Sie in Kugelkoordinaten die elektromagnetischen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} in der Fernzone (Dipolnäherung) für das schwingende Elektron. Diskutieren Sie die Polarisationsverhältnisse für die Beobachtung entlang der z-Achse ($\theta = 0$) und in der x-y-Ebene ($\theta = \frac{\pi}{2}$).
- (b) Leiten Sie einen Ausdruck für den Poynting-Vektor ab und berechnen Sie dessen zeitlichen Mittelwert $\langle \mathbf{S} \rangle$ und diskutieren Sie die Richtungsabhängigkeit.
- (c) Berechnen Sie daraus den zeitlichen Mittelwert der abgestrahlten Leistung $\langle P \rangle$.
Hinweis: Nutzen Sie dazu, dass die mittlere Strahlungsleistung pro Raumwinkelelement in Richtung \mathbf{n} durch

$$\frac{dP}{d\Omega} = r^2 |\langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}|$$

gegeben ist.

- (d) Schätzen Sie die Lebensdauer T des Wasserstoffatoms im Rahmen dieser klassischen Betrachtungsweise ab und deuten Sie Ihr Ergebnis.
- (e) Welcher Widerspruch ergibt sich aus diesem Ergebnis für reale Atome, und was ergibt sich damit für die Anwendung der klassischen Betrachtung auf das Problem?

Bitte Rückseite beachten! →

6. Übung TPIII WS 17/18

Aufgabe 18 (5 Punkte): Eichung der Elektrodynamischen Potentiale

Betrachten Sie in dieser Aufgabe die elektrodynamischen Potentiale \mathbf{A} und Φ . Als Eichung bezeichnet man die Transformation

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\Psi, \quad \Phi' = \Phi - \partial_t\Psi \quad (1)$$

zu neuen Potentialen \mathbf{A}' und Φ' . Hierbei ist $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$ ein skalares Eichfeld.

- (a) Zeigen Sie, dass auch \mathbf{A}' und Φ' elektrodynamische Potentiale sind, d.h., dass die Maxwell-Gleichungen (und die Potentialgleichungen) invariant unter Eichtransformationen sind.
- (b) Wenn die elektrodynamischen Potentiale \mathbf{A} und Φ mithilfe der Lorenz-Eichung umgeichtet werden, welche Gleichung muss Ψ dann erfüllen? Nutzen Sie die Ergebnisse aus der Vorlesung.

Als konkretes Beispiel betrachten wir die elektrodynamischen Potentiale

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = 2\alpha c^2 x e^{-\gamma t} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \alpha\gamma e^{-\gamma t}(x^2, xz, xy)^T. \quad (2)$$

Dabei sind α, γ physikalische Konstanten und c ist die Lichtgeschwindigkeit.

- (c) Berechnen Sie das elektrische (\mathbf{E}) und das magnetische (\mathbf{B}) Feld.
- (d) Zeigen Sie, dass die Potentiale \mathbf{A} , Φ in der Lorenz-Eichung gegeben sind. Finden Sie mithilfe eines geeigneten (nicht konstanten) Eichfeldes einen neuen Satz von Potentialen \mathbf{A}' , Φ' , welche ebenfalls der Lorenz-Eichung unterliegen. Zeigen Sie explizit, dass diese auf die gleichen elektrischen und magnetischen Felder führen, d.h. $\mathbf{E}' = \mathbf{E}$ und $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Fr. 13:00 - 14:00	EW 741
Dr. Arash Azhand	Do. 14:00 - 15:00	EW 627
Alexander Kraft	Mi. 13:00 - 14:00	EW 269
Manuel Katzer	Di. 16:00 - 17:00	EW 060
Lasse Ermoneit	Mo. 14:00 - 15:00	EW 060