

## 2. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

**Abgabe: Mi. 8. November 2017 vor der Vorlesung im Hörsaal EW 201**

*Bei der Bepunktung wird Wert gelegt auf **ausführliche Zwischenschritte und Kommentare** zur Lösungsstrategie. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an! Elektronische, gedruckte oder kopierte Abgaben (Ausnahme Numerikaufgaben) sind nicht zugelassen.*

### **Aufgabe 1 (15 Punkte):** *Zweikörperproblem mit Zentralkraft*

Ein Körper der Masse  $m_1$  bewege sich auf der Bahn  $\mathbf{r}_1(t)$ . Ein weiterer Körper der Masse  $m_2$  bewege sich auf der Bahn  $\mathbf{r}_2(t)$ . Zwischen den beiden Körpern wirke eine Zentralkraft (beispielsweise die Gravitationskraft). Im folgenden sollen keine externen Kräfte auf die beiden Körper wirken, sodass  $\mathbf{F}^{(ex)} = 0$  gilt.

- a) In der Vorlesung wurden die Schwerpunkt- und Relativkoordinate  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{r}_{12}$  eingeführt. Nutzen Sie diese, um  $\mathbf{r}_1(t)$  und  $\mathbf{r}_2(t)$  durch  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{r}_{12}$  auszudrücken. Fertigen Sie zusätzlich eine Skizze des Problems mit ausführlichen Beschriftungen und Kommentaren an.
- b) Nutzen Sie diese Transformationsgleichungen, um den Gesamtdrehimpuls durch eine Summe aus einem Schwerpunktdrehimpuls und einem Relativdrehimpuls darzustellen (Tipp: Die reduzierte Masse  $\mu$  nicht vergessen):  
$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_s + \mathbf{L}_{rel} \quad (\text{mit } \mathbf{L}_s = M\mathbf{R} \times \dot{\mathbf{R}} \text{ und } \mathbf{L}_{rel} = \mu\mathbf{r}_{12} \times \dot{\mathbf{r}}_{12}).$$
Argumentieren Sie, dass die Relativbewegung in einer Ebene stattfindet.
- c) Stellen Sie auf die gleiche Weise die Gesamtenergie  $E$  durch einen Schwerpunktsterm und einen Relativterm dar:  
$$E = \frac{M}{2}\dot{\mathbf{R}}^2 + \frac{\mu}{2}\dot{\mathbf{r}}_{12}^2 + V(r_{12}).$$
- d) Da die Relativbewegung in einer Ebene stattfindet, wurde der Relativanteil des Drehimpulses in Polarkoordinaten ausgedrückt. Drücken Sie auch die Energie der Relativbewegung in Polarkoordinaten aus und bringen Sie das Ergebnis in die Form  $E_{rel}(r, \dot{r}) = T_{eff}(\dot{r}) + V_{eff}(r)$ . (Tipp: Nutzen Sie auch das in der Vorlesung gegebene Ergebnis für  $L_{rel}$ ).
- e) Aus den Gleichungen für  $L_{rel}$  und  $E_{rel}$  ergeben sich Bewegungsgleichungen für  $r$  und  $\phi$  (in der Vorlesung angegeben). Lösen Sie explizit die Bewegungsgleichungen und machen Sie Fallunterscheidungen bezüglich  $E$ . Stellen Sie abschließend die verschiedenen Fälle dar.

**Aufgabe 2 (5 Punkte):** *Raketenantrieb*

Beim Raketenantrieb werden Triebgase mit einer bestimmten Geschwindigkeit  $v_G$  nach hinten ausgestoßen, sodass die Masse der Rakete  $M(t)$  zeitabhängig ist. Es sei  $M_0 = M(0)$  die Masse zur Zeit  $t = 0$  und  $M_L = M(T)$  die Masse der Rakete mit leeren Tanks nach Brennschluss zur Zeit  $t = T$ . Wir setzen einen konstanten Masseausstoß pro Zeiteinheit  $K = -\dot{M}(t) > 0$  mit  $K = \text{const.}$  voraus.

1. Berechnen Sie die Masse der Rakete zur Zeit  $0 \leq t \leq T$ .
2. Nach dem Newtonschen Grundgesetz gilt zwischen der Kraft auf die Rakete  $F_R$  und dem Impuls der Rakete  $p_R$  der Zusammenhang

$$F_R = \dot{p}_R = \frac{d}{dt}(M(t) \dot{x}) .$$

Außerdem gilt für das ausgestoßene Treibgas

$$F_G = \dot{p}_G = \frac{d}{dt}M_G(t) (v_G - \dot{x}) \quad \text{mit} \quad \frac{d}{dt}M_G(t) = K .$$

Begründen Sie die Gleichungen! Verwenden Sie dabei das Prinzip Actio gleich Reactio  $F_R = -F_G$  um  $\ddot{x}(t)$  zu bestimmen. Zeigen Sie damit, dass  $\dot{x}(T) - \dot{x}(0) = v_G \ln\left(\frac{M_0}{M_L}\right)$ .

Homepage:	Aktuelle Informationen zur Vorlesung und Übung, findet ihr auf unserer Homepage: <a href="http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201718/pflichtveranstaltungen_bachelorstudium/mechanik17/">http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201718/pflichtveranstaltungen_bachelorstudium/mechanik17/</a>
Vorlesung:	Di. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201, Mi. um 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201.
Übungen:	Die Tutorien beginnen in der zweiten Vorlesungswoche. Die Tutorieneinteilung, Punkteverteilung und Scheinvergabe erfolgt über das Mosessystem. Der Anmeldezeitraum geht bis Mittwoch, den 18. Oktober 2017 18:00. Benötigt wird ein tubIT-Account.
Klausur- und Scheinkriterien:	Die Klausur findet am Dienstag, den 06.02.2018, im Raum H 0104 von 8:00-10:00 Uhr s.t. statt. Zulassungskriterien für die Klausur sind 50% der Punkte aus den Übungsaufgaben dieses Semesters, einmal erfolgreich vorgerechnet und eine aktive Teilnahme in den Tutorien. Scheinkriterium ist die bestandene Klausur bzw. Nachklausur.