

10. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Abgabe: Mi. 24. Januar 2018 vor der Vorlesung im Hörsaal EW 201

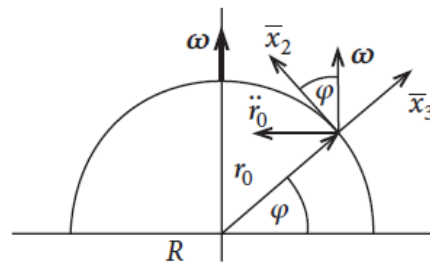
Bei der Bepunktung wird Wert gelegt auf **ausführliche Zwischenschritte und Kommentare** zur Lösungsstrategie. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Bitte geben Sie Ihre Namen, Matrikelnummern und das Tutorium an! Elektronische, gedruckte oder kopierte Abgaben (Ausnahme Numerikaufgaben) sind nicht zugelassen.

Aufgabe 1 (6 Punkte): Satz von Steiner

1. Berechnen Sie den Trägheitstensor eines homogenen Quaders der Masse m mit den Seiten der Länge a , b und c , die parallel zu den Achsen x , y und z ausgerichtet sind. Es gelte außerdem $a = b$ und der Schwerpunkt liege im Ursprung des Koordinatensystems. Wie groß ist das Drehmoment für $\underline{\omega} = (0, 0, 1)^T$?
2. Die Drehachse wird parallel verschoben und soll nun entlang der z -Kante verlaufen. Verwenden Sie den Satz von Steiner um das Trägheitsmoment für eine Rotation um die z -Achse zu berechnen.
3. Vergleichen Sie das Ergebnis mit einer expliziten Berechnung des verschobenen Trägheitsmoments, d.h. ohne den Satz von Steiner zu benutzen.

Aufgabe 2 (8 Punkte): Coriolis-Kraft

Obwohl Bewegungsgleichungen in Inertialsystemen einfacher sind, beschreibt man Bewegungen auf der Erde in der Regel in einem mit der Erde mitrotierenden Bezugssystem (Labor). Das ist streng genommen wegen der Rotation der Erde dann kein Inertialsystem mehr.



Auf der Erdoberfläche werde in einem Punkt mit der geographischen Breite ϕ ein kartesisches Koordinatensystem $\bar{\Sigma}$ angebracht:

- \bar{x}_3 -Achse vertikal nach oben
- \bar{x}_2 -Achse nach Norden
- \bar{x}_1 -Achse nach Osten

Für die Winkelgeschwindigkeit der Erde gilt:

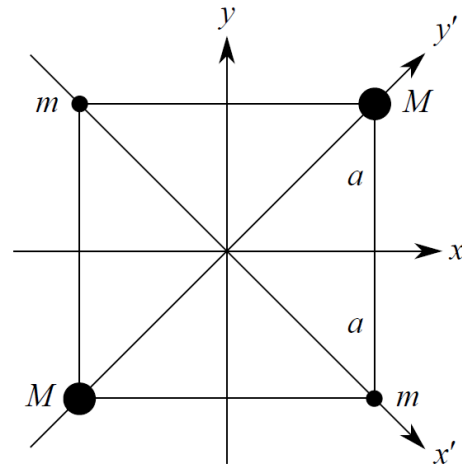
$$|\omega| = \frac{2\pi}{24h} = 7.27 \cdot 10^{-5} s^{-1}$$

1. Wie lautet die Bewegungsgleichung eines Massenpunktes in diesem Koordinatensystem nahe der Erdoberfläche (vernachlässigen Sie Terme in ω^2)?
2. Berechnen Sie die Beschleunigung \ddot{r}_0 des Koordinatenursprungs von $\bar{\Sigma}$ relativ zu einem im Erdmittelpunkt ruhenden Koordinatensystem Σ .

3. Wie groß ist die in Σ gemessene wahre Erdbeschleunigung g' ? Wie stellt sich die Erdoberfläche ein?
4. Wie hängt die Coriolis-Kraft von der geographischen Breite ab?

Aufgabe 3 (6 Punkte): *Trägheitstensor und Diagonalisierbarkeit*

An den Ecken eines Quadrates der Kantenlänge $2a$ befinden sich punktförmige Körper der Massen M und m wie aus nebenstehender Abbildung ersichtlich ist. Die z -Achse zeigt auf den Betrachter.



1. Berechnen Sie den Trägheitstensor $\underline{\underline{I}}$ bezüglich der ungestrichenen Achsen.
2. Finden Sie durch Diagonalisieren von $\underline{\underline{I}}$ die Hauptträgheitsmomente. Welche Bedeutung haben die Eigenwerte und wie lässt sich die zugehörige Transformationsmatrix $\underline{\underline{R}}$ interpretieren? Ist es immer möglich den Trägheitstensor zu diagonalisieren?