

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)  
 Arne Zantop (Sprechstunde: Do 10:00-11:00 in EW 701)

## 12. Übungsblatt – Statistische Physik

**Abgabe/Vorrechnen: Mi. 24.01.2018 im Tutorium (10:15 - 11:45 EW 226)**

### **M** Aufgabe 33: Van-der-Waals-Gleichung

(a) Leiten Sie ausgehend von der Freien Energie

$$F(T, V, N) = -Nk_B T \left( 1 + \ln \left( \frac{V - Nb}{N\lambda^3} \right) \right) - \frac{aN^2}{V},$$

mit der thermischen Wellenlänge  $\lambda = \sqrt{\frac{h^2\beta}{2\pi m}}$ , die Van-der-Waals-Gleichung her:

$$\left( p + a \frac{N^2}{V^2} \right) (V - Nb) = Nk_B T. \quad (6.30)$$

- (b) Berechnen Sie die innere Energie  $U$  sowie die Wärmekapazität  $c_V$  des Van-der-Waals-Gases.  
 (c) Bestimmen Sie die Temperatur  $T_c$ , den Druck  $p_c$  und das Volumen  $V_c$  am kritischen Punkt.  
 (d) Schreiben Sie die Van-der-Waals-Gleichung in reduzierten Variablen (z.B.  $p_r \equiv p/p_c$ ):

$$p_r = \frac{8}{3} \frac{T_r}{V_r - \frac{1}{3}} - \frac{3}{V_r^2}. \quad (6.31)$$

### **S** Aufgabe 34 (10 Punkte): Kritische Exponenten

Kritische Exponenten werden zur Beschreibung des Verhaltens eines physikalischen Systems in der Nähe des kritischen Punktes verwendet. Im Folgenden sollen die kritischen Exponenten des Van-der-Waals-Gases berechnet werden. Dazu ist es zweckmäßig, folgende relative Größen zu definieren:

$$\tau \equiv \frac{T - T_c}{T_c}, \quad \omega \equiv \frac{V - V_c}{V_c}, \quad \pi \equiv \frac{p - p_c}{p_c}.$$

Bestimmen Sie nun folgende kritische Exponenten  $\alpha, \beta, \gamma$  und  $\delta$  aus dem asymptotischen Verhalten bei Annäherung an den kritischen Punkt (d.h. asymptotisch für  $\tau \rightarrow 0, \omega \rightarrow 0$  und  $\pi \rightarrow 0$ ):

(a) Den Exponenten  $\alpha$  aus dem Verhalten der Wärmekapazität entlang der kritischen Isochoren ( $V = V_c$ ) mit  $T > T_c$ :

$$c_V \propto \tau^{-\alpha}.$$

(b) Den Exponenten  $\gamma$  aus dem Verhalten der isothermen Kompressibilität  $\kappa_T$  auf der kritischen Isochoren ( $V = V_c$ ) mit  $T > T_c$ :

$$\kappa_T \propto \tau^{-\gamma}.$$

(c) Den Exponenten  $\delta$  aus dem Verhalten des Druckes auf der kritischen Isothermen ( $T = T_c$ ):

$$\pi \propto \left| \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c} \right|^\delta \text{sign}(\rho - \rho_c),$$

wobei  $\rho = N/V$  und  $\rho_c = N/V_c$ .

(d) Den Exponenten  $\beta$  aus dem Dichteverhalten entlang der Koexistenzkurve zwischen flüssiger (f) und gasförmiger (g) Phase:

$$\rho_f - \rho_g \propto |\tau|^\beta.$$

## 12. Übung SP WS17

### **Zum Übungsbetrieb:**

Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.