

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Arne Zantop (Sprechstunde: Mi 10:00-11:00 in EW 701)

6. Übungsblatt – Statistische Physik

Abgabe/Vorrechnen: Do. 30.11.2017 im Tutorium (12:15 - 13:45 EW 731)

M Aufgabe 20: Gleichgewicht

Zeigen Sie, dass eine Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ eine Gleichgewichtsdichte ist, wenn $\rho(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ nur eine Funktion des Hamiltonians $H(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ ist.

S Aufgabe 21 (10 Punkte): Linearisierte hydrodynamische Gleichungen (2+3+2+3 Punkte)
Betrachten Sie die hydrodynamischen Gleichungen mit Dissipation

$$\frac{\partial}{\partial t} n = -\nabla \cdot (n\mathbf{u}) \quad (21.1)$$

$$mn \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla(nk_B T) + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \eta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (21.2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2\kappa}{3nk_B} \nabla^2 T - \frac{2}{3} T \nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{2}{3nk_B} \underline{\underline{T}}' : \nabla \otimes \mathbf{u} . \quad (21.3)$$

mit Teilchenzahldichte n , Geschwindigkeitsfeld \mathbf{u} , Masse m , Viskosität η , Wärmeleitfähigkeit κ , Temperatur T und viskosen Spannungstensor $\underline{\underline{T}}'$.

Die Notation $\frac{d}{dt} = \partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla$ bezeichnet hierbei die konvektive Ableitung.

- (a) Setzen Sie nun $n = \bar{n} + \delta n$, $T = \bar{T} + \delta T$ und $\mathbf{u} = 0 + \mathbf{u}$, mit den Gleichgewichtswerten \bar{n} und \bar{T} , und linearisieren Sie die hydrodynamischen Gleichungen in δn , δT and \mathbf{u} .
- (b) Für ebene Wellen mit $e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ sind die Eigenmoden des Systems die Lösungen der Matrixgleichung

$$\omega \begin{pmatrix} \delta n \\ u_\alpha \\ \delta T \end{pmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{k}) \begin{pmatrix} \delta n \\ u_\beta \\ \delta T \end{pmatrix} . \quad (*)$$

Bestimmen Sie die Matrix $\mathbf{M}(\mathbf{k})$. Hinweis: u_α sind die drei Komponenten von \mathbf{u} , d.h. $\mathbf{M}(\mathbf{k})$ ist eine 5×5 Matrix.

- (c) In der "Hydrodynamik nullter Ordnung" wird die Dispersion vernachlässigt: $\eta = \kappa = 0$. Das heißt das Gleichungssystem (21.1)-(21.3) wird vereinfacht zu dem System (4.42) – (4.44) in der Vorlesung. Berechnen Sie für diesen Fall die fünf Lösungen von (*). Geben Sie außerdem die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren an und diskutieren Sie diese.
- (d) Berechnen Sie die Eigenfrequenzen bis zur zweiten Ordnung im Wellenvektor k^2 für endliche η und κ ("Hydrodynamik erster Ordnung"). Diskutieren Sie die Ergebnisse.

Zum Übungsbetrieb:

Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.