

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)  
Arne Zantop (Sprechstunde: Do 10:00-11:00 in EW 701)

## 9. Übungsblatt – Statistische Physik

**Abgabe/Vorrechnen: Mi. 20.12.2017 im Tutorium (10:15 - 11:45 EW 226)**

### **M** Aufgabe 27: Zufallsgeher auf kubischem Gitter

- Betrachten Sie ein Teilchen, das in jedem Zeitschritt  $\tau$  einen Sprung der Länge  $a$  in zufälliger Richtung auf einem kubischen Gitter macht. Leiten Sie die Mastergleichung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\mathbf{r}, t)$  her.
- Machen Sie eine geeignete Taylorentwicklung in Ort und Zeit, um die Diffusionsgleichung zu erhalten. Was ist die Diffusionskonstante  $D$ ?
- Wie lautet die Fundamentallösung  $p(\mathbf{r}, t)$ ?
- Berechnen Sie  $\langle r^2 \rangle$ .

**Hinweis:** Eine Mastergleichung verbindet die Zeitentwicklung einer Ortsverteilung  $p(\mathbf{r}, t)$  mit den Übergangsraten von Ort zu Ort. Die Gleichung in Aufgabe 19 (b) ist ein Beispiel einer zeitdiskreten Mastergleichung.

### **S** Aufgabe 28 (10 Punkte): Gummielastizität (5x2P.)

Im Folgenden sollen die thermodynamischen und mechanischen Eigenschaften von Gummi untersucht werden. Betrachten Sie dazu zunächst eine Materialprobe der Länge  $L$ , die entlang einer Achse deformiert wird.

- Zeigen Sie, dass im Allgemeinen die resultierende Kraft  $f$  einen enthalpischen und einen entropischen Anteil hat:

$$f = \left. \frac{\partial H}{\partial L} \right|_{T,P} - T \left. \frac{\partial S}{\partial L} \right|_{T,P} .$$

Begründen Sie ferner, dass für eine Metallprobe der entropische Anteil verschwindet.

Nun zu Gummi. Ein Ende eines Polymers sei im Koordinatenursprung und ein Ende am Ort  $\mathbf{r}$ . Als einfaches Modell nehmen wir an, das Polymer sei eine Kette aus einzelnen Gliedern (Monomere) mit Zufalls-Länge und Ausrichtung  $\mathbf{x}_i$ , sodass  $\mathbf{r} = \sum_i \mathbf{x}_i$ . Einzelne Monomere haben eine mittlere Länge  $l$  und sind nicht miteinander korreliert  $\langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j \rangle = l^2 \delta_{i,j}$ .

- Zeigen Sie, dass für  $N$  normalverteilte Monomere  $\mathbf{x}_i$  gilt,

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r} \rangle &= 0 \\ \langle \mathbf{r}^2 \rangle &= l^2 N \end{aligned}$$

- Nun lassen wir eine Kraft  $-\mathbf{K}$  auf die Enden des Polymers wirken. Zeigen Sie, dass der Hamiltonian folgenden Kraftanteil hat:

$$\mathcal{H} = -\mathbf{K} \cdot \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i$$

und bestimmen Sie damit die Zustandssumme  $Z$ .

- Bestimmen Sie die mittlere Länge  $L = \langle \mathbf{r} \rangle$  eines durch eine externe Kraft  $\mathbf{K}$  gestreckten Polymers. Wie lauten der mechanische und thermische Ausdehnungskoeffizient  $\partial L / \partial K$  bzw.  $\partial L / \partial T$ .
- Für Polymere gilt  $\partial L / \partial T < 0$ . Vergleichen Sie dieses Verhalten mit "gewöhnlichen" Festkörpern. Begründen Sie dieses Verhalten mit Hilfe des Resultats aus Teil (a).

## 9. Übung SP WS17

### **Zum Übungsbetrieb:**

Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.