

Prof. Dr. Harald Engel  
Jan F. Tetz, MSc

#### 4. Übungsblatt – TP VI: Nichtlineare Dynamik und Strukturbildung

**Abgabe: Bis Do. 14.12.2017 16:00 Uhr vor Beginn des Tutoriums im EW 731**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden sehr ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Deckblatt von der Homepage verwenden! Die Abgabe erfolgt in Zweiergruppen.

#### **Aufgabe 6 (10 Punkte): Schwalbenschwanz-Verzweigung**

Die Potentialfunktion

$$V(x; \underline{\mu}) = \frac{x^5}{5} + \mu_1 \frac{x^3}{3} + \mu_2 \frac{x^2}{2} + \mu_3 x \quad (1)$$

ist die universelle Entfaltung der entarteten Singularität  $x = 0$  von  $V(x; 0, 0, 0) = x^5/5$ .

- (a) Zeichnen Sie die ebenen Schnitte durch das Bifurkationsnetz im  $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ -Kontrollraum  $C^3$  bei konstanten Werten  $\mu_1 < 0$ ,  $\mu_1 = 0$  und  $\mu_1 > 0$  und tragen Sie die Konfigurationen der Fixpunkte des dynamischen Systems

$$\frac{dx}{dt} = -\text{grad } V(x; \underline{\mu}) \quad (2)$$

in den einzelnen Bereichen der  $(\mu_2, \mu_3)$ -Ebene ein.

- (b) Überzeugen Sie sich, dass die parametrische Darstellung der Menge aller cusp-Punkte gegeben ist durch

$$\mu_1 = -6a^2, \quad \mu_2 = 8a^3, \quad \mu_3 = -3a^4. \quad (3)$$

#### **Aufgabe 7 (10 Punkte): Oszillierende chemische Reaktion: Brüsselator**

Der Brüsselator ist ein einfaches Modell zur theoretischen Beschreibung eines chemischen Oszillators:

$$\dot{u} = a + u^2 v - bu - u \quad (4)$$

$$\dot{v} = bu - u^2 v \quad (5)$$

mit Parametern  $a = 3$ ,  $b = 12$  und dimensionslosen Konzentrationen  $u, v$ .

- (a) Finden Sie alle Fixpunkte und klassifizieren Sie diese.
- (b) Erstellen Sie ein Phasenraumportrait mit Fixpunkten, Nullklinen und repräsentativen Trajektorien.
- (c) Bestimmen Sie den Bifurkationspunkt  $b = b_c$  der Hopf-Bifurkation.
- (d) Existiert der Grenzzyklus für  $b > b_c$  oder  $b < b_c$  Verwenden Sie für den Beweis das Poincaré-Bendixson-Theorem. Handelt es sich um eine super- oder subkritische Bifurkation?
- (e) Bestimmen Sie näherungsweise die Periode des Grenzzyklus bei  $b = b_c$ .

#### 4. Übung WS 17/18

**Vorlesung:**

- Mo 12:00 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203.
- Mi 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

**Übung:**

- Do 16:00 Uhr – 18:00 Uhr im EW 731.

**Website:**

- <http://www.tu-berlin.de/?188674>

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.
- Abgeschlossene Projektarbeit.

#### Literatur zur Lehrveranstaltung:

- A. S. Mikhailov, Foundations of Synergetics I. Distributed Active Systems (Springer)
- J. L. Klimontovich, Statistical Physics (Harwood Academic Publishers)
- P. Glansdorff, I. Prigogine, Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations (Wiley)
- G. Nicolis, I. Prigogine, Self-organization in non-equilibrium systems (Wiley)
- J. D. Murray, Mathematical Biology I/II (Springer)
- A. A. Andronov, A. A. Witt, S. E. Chaikin, Theorie der Schwingungen I/II (Akademie-Verlag)
- W. Horsthemke, R. Lefever, Noise-Induced Transitions (Springer)
- H. Haken, Synergetics. Introduction and Advanced Topics (Springer)
- Steven H. Strogatz, Nonlinear Dynamics And Chaos (Westview Press)