

Prof. Dr. Harald Engel  
Jan F. Tutz, MSc

### 5. Übungsblatt – TP VI: Nichtlineare Dynamik und Strukturbildung

**Abgabe: Bis Do. 21.12.2017 16:00 Uhr vor Beginn des Tutoriums im EW 731**

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden sehr ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte das Deckblatt von der Homepage verwenden! Die Abgabe erfolgt in Zweiergruppen.*

#### **Aufgabe 8 (20 Punkte):** *Brüsselator II*

Die zu einem Reaktions-Diffusionssystem erweiterten Brüsselator-Gleichungen (vgl. Übungsblatt 4) lauten:

$$\dot{u} = a - u^2v - bu - u + D_u \nabla^2 u, \quad (1)$$

$$\dot{v} = bu - u^2v + D_v \nabla^2 v. \quad (2)$$

Dabei sind  $a, b, D_x$  und  $D_y$  positive Parameter.

- (a) Linearisieren Sie um den Fixpunkt  $(a, b/a)$ . Leiten Sie die Dispersionsrelation

$$\lambda^2 + \alpha(q)\lambda + \beta(q) = 0 \quad (3)$$

im räumlich unbeschränkten Fall her. Dabei gilt für die Störungen:  $\delta x, \delta y \propto \exp(iqx - \lambda t)$ . Wie lauten  $\alpha(q)$  und  $\beta(q)$  explizit?

- (b) Welche Bifurkationen treten auf, wenn man annimmt, dass es entweder einen Vorzeichenwechsel gibt (i) in  $\alpha(q)$  oder (ii) in  $\beta(q)$ . Wie ändert sich das System qualitativ? Welche kritischen Wellenzahlen  $q_c$  sind mit den Bifurkationen assoziiert?
- (c) Was muss für  $\gamma = \sqrt{D_x/D_y}$  gelten, damit die Hopf-Bifurkation vor der Turing-Bifurkation auftritt? Wie lässt sich diese Bedingung interpretieren?
- (d) Simulieren Sie ein Turing-Muster auf einem eindimensionalen Ring für geeignete Parameter. Vergleichen Sie die Musterwellenlänge mit der kritischen Wellenlänge der Dispersionsrelation.
- (e) (Bonus) Simulieren Sie Turing Muster auf einem zweidimensionalen, rechteckigen Gebiet und untersuchen Sie den Einfluss der Breite des Mediums auf die resultierenden Muster.

## 5. Übung WS 17/18

**Vorlesung:**

- Mo 12:00 Uhr – 14:00 Uhr im EW 203.
- Mi 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

**Übung:**

- Do 16:00 Uhr – 18:00 Uhr im EW 731.

**Website:**

- <http://www.tu-berlin.de/?188674>

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.
- Abgeschlossene Projektarbeit.

### Literatur zur Lehrveranstaltung:

- A. S. Mikhailov, Foundations of Synergetics I. Distributed Active Systems (Springer)
- J. L. Klimontovich, Statistical Physics (Harwood Academic Publishers)
- P. Glansdorff, I. Prigogine, Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations (Wiley)
- G. Nicolis, I. Prigogine, Self-organization in non-equilibrium systems (Wiley)
- J. D. Murray, Mathematical Biology I/II (Springer)
- A. A. Andronov, A. A. Witt, S. E. Chaikin, Theorie der Schwingungen I/II (Akademie-Verlag)
- W. Horsthemke, R. Lefever, Noise-Induced Transitions (Springer)
- H. Haken, Synergetics. Introduction and Advanced Topics (Springer)
- Steven H. Strogatz, Nonlinear Dynamics And Chaos (Westview Press)