

Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD  
MSc. Rico Berner, Dr. Javier Cerrillo, Dr. Benjamin Lingnau

## 2. Übungsblatt – Theoretische Physik V: Quantenmechanik II

**Abgabe: Mo. 06.11.2017 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

### Aufgabe 4 (5 Punkte): Wechselwirkungsdarstellung

Der Zeitentwicklungsoperator  $\hat{U}_W(t, t')$  beschreibt die zeitliche Entwicklung von Zuständen im Wechselwirkungs-Bild:

$$|\psi_W(t)\rangle = \hat{U}_W(t, t')|\psi_W(t')\rangle.$$

Stellen Sie  $\hat{U}_W(t, t')$  mit Hilfe von  $\hat{U}_0(t, t')$  und  $\hat{U}(t, t')$  dar, wobei für die Definitionen gelten:  $|\psi_S(t)\rangle = \hat{U}_0(t, t_0)|\psi_W(t)\rangle$  (S für Schrödinger Bild, W für Wechselwirkungsbild) und  $|\psi_S(t)\rangle = \hat{U}(t, t')|\psi_S(t')\rangle$ .

Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung für die quantenmechanischen Erwartungswerte forminvariant sind, d.h. im Schrödinger-, Heisenberg- und Wechselwirkungs-Bild:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{Q} \rangle = \langle [\hat{Q}, \hat{H}] \rangle + i\hbar \left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right\rangle.$$

### Aufgabe 5 (5 Punkte): Drehimpuls im Ortsraum

Der quantenmechanische Drehimpuls ist definiert als

$$\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}.$$

Gehen Sie in die Ortsdarstellung über. Führen Sie das Kreuzprodukt aus, um die Komponenten  $L_i$  zu erhalten. Wie vertauschen diese Komponenten untereinander?

### Aufgabe 6 (10 Punkte): Spin und Drehimpuls

Der Spin eines Teilchens wird interpretiert als dessen innerer Drehimpuls. Wir machen uns das plausibel, indem wir folgende vier Relationen für die Spin-/Pauli-Matrizen beweisen, die wir vom Drehimpuls her kennen. Dabei verwenden wir die Pauli-Matrizen, die folgendermaßen aussehen:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Die Spin-Matrizen  $\hat{S}_i$  sind über die Pauli-Matrizen definiert:  $\hat{S}_i = \frac{\hbar}{2} \sigma_i$ .

(a) Zeigen Sie, dass  $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k$  (Summenkonvention!).

(b) Zeigen Sie, dass  $[\sigma^2, \sigma_i] = 0 \forall i \in \{1, 2, 3\}$ .

Sei  $\chi_{m_s}$  ein Spinor mit Spin  $s = 1/2$  und der  $z$ -Komponente  $m_s$  des Spins. Wir verwenden den einfachsten Spinor:

$$\chi_{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(c) Zeigen Sie:  $\hat{S}^2 \chi_{m_s} = \hbar^2 \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) \chi_{m_s}$ .

(d) Zeigen Sie:  $\hat{S}_z \chi_{m_s} = \hbar m_s \chi_{m_s}$ .

## 2. Übung TPV WS17/18

### Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Vorstellen einer Übungsaufgabe im Tutorium.
- Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes.

		Vorlesung	Tutorium		
	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10		EW 203		EW 203	
10-12					EW 114
12-14		EW 229			
14-16					
16-18				EW 226	

Sprechstunden			
ES	Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD	nach Vereinbarung	EW 735
RB	MSc. Rico Berner	<b>Di 14-15</b>	ER 245
JC	Dr. Javier Cerrillo	<b>Do 13-14</b>	EW 705
BL	Dr. Benjamin Lingnau	<b>Mi 13-14</b>	EW 629