

Prof. Dr. Gernot Schaller

Dr. Dirk Kulawiak, Dr. Jérôme Burelbach, Alexander Kraft, Philip Knospe, Philipp Stammer

11. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik**Abgabe: Mo. 21.01.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude****Aufgabe 31 (10 Punkte): Wellenausbreitung in Materialien**

Es gelte

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad \varrho = 0,$$

wobei die Materialkonstanten ε , μ und σ räumlich und zeitlich konstant seien.

- (a) Entkoppeln Sie die makroskopischen Maxwell-Gleichungen, und leiten Sie separate Differentialgleichungen für \mathbf{E} und \mathbf{H} her.
- (b) Lösen Sie die Gleichungen für \mathbf{E} durch den Ansatz einer linear polarisierten, ebenen Welle, und finden Sie die Dispersionsrelation zwischen \mathbf{k} und ω .
- (c) Berechnen Sie das zu \mathbf{E} gehörende \mathbf{B} -Feld, das Verhältnis der Amplituden und die relative Phasenverschiebung.
- (d) Stellen Sie \mathbf{k} dar als $\mathbf{k} = \frac{\omega}{c}(n + i\kappa)\hat{\mathbf{k}}$ mit $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, berechnen Sie n und κ , und interpretieren Sie diese Größen physikalisch.

Aufgabe 32 (10 Punkte): Dipolantenne

Entlang einer Raumrichtung, welche durch den Einheitsvektor \mathbf{n} gegeben ist, befinden sich (jeweils im Abstand ℓ) $2N+1$ oszillierende Dipole. Die Zeitabhängigkeit sei wie in der Vorlesung harmonisch mit der Frequenz ω . Das \mathbf{B} -Feld für große Abstände ist näherungsweise gegeben durch

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\mu_0}{4\pi c} \omega^2 \mathbf{p}_0 \times \mathbf{e}_r \sum_{m=-N}^N \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_m|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_m|} e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

Hier ist \mathbf{p}_0 das statische Dipolmoment und $\mathbf{r}_m = m\ell \mathbf{n}$ gibt die Positionen der $2N+1$ Dipole an.

- (a) Zeigen Sie, dass man in der Fernzone das \mathbf{B} -Feld durch

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \approx \mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t) \sum_{m=-N}^N e^{-ik\ell m \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{n}}, \quad (2)$$

nähern kann. Dabei ist $\mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi c} \omega^2 \mathbf{p}_0 \times \mathbf{e}_r \frac{\exp(ikr)}{r} \exp(-i\omega t)$ das \mathbf{B} -Feld eines Dipols in der Fernzone.

- (b) Berechnen Sie schließlich die Summe in Gl. (2):

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \approx \mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t) \frac{\sin[\frac{1}{2}(2N+1)k\ell \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{n}]}{\sin[\frac{1}{2}k\ell \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{n}]}. \quad (3)$$

- (c) Zeigen Sie, dass für \mathbf{E} - und \mathbf{B} -Felder mit harmonischer Zeitabhängigkeit die Relation

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = i \frac{c}{k} \nabla \times \mathbf{B} \quad (4)$$

gilt. Leiten Sie damit explizit für das \mathbf{B} -Feld aus Gl. (3) die Formel $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \approx c \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{e}_r$ in der Fernzone her.

Bitte Rückseite beachten! →

11. Übung TPIII WS 18/19

- (d) Bestimmen Sie nun den (zeitgemittelten) Poynting-Vektor $\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}^*(\mathbf{r}, t)$, wobei \mathbf{B}^* für die komplexe Konjugation des \mathbf{B} -Feldes steht. Bestimmen Sie des Weiteren die in den Raumwinkel $d\Omega$ abgestrahlte Leistung $\frac{dP}{d\Omega} = r^2 \mathbf{S} \cdot \mathbf{e}_r$. In welche Richtung ist die abgestrahlte Leistung maximal? Visualisieren Sie für verschiedene N die abgestrahlte Leistung für den Fall, dass der Abstand der Dipole genau halb so groß wie die Wellenlänge der Strahlung ist.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

| Sprechstunden | | |
|---------------------------|--------|---------------|
| Prof. Dr. Gernot Schaller | EW 744 | Di, 13-14 Uhr |
| Dr. Dirk Kulawiak | EW 627 | Di, 14-15 Uhr |
| Dr. Jérôme Burelbach | EW 708 | Mi, 11-12 Uhr |
| Alexander Kraft | EW 269 | Mi, 15-16 Uhr |
| Philip Knospe | EW 060 | Mi, 16-17 Uhr |
| Philipp Stammer | EW 060 | Fr, 14-15 Uhr |