

Prof. Dr. Gernot Schaller

Dr. Dirk Kulawiak, Dr. Jérôme Burelbach, Alexander Kraft, Philip Knospe, Philipp Stammer

**12. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik****Abgabe: Mo. 28.01.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude****Aufgabe 33 (10 Punkte): FRESNEL'sche Formeln**

- (a) Verwenden Sie die Stetigkeitsbedingungen sowie das Gesetz von SNELLIUS, um die Relationen für die Amplitudenverhältnisse,  $t = E'/E$  bzw.  $r = E''/E$ , der transmittierten ( $E'$ ) bzw. reflektierten ( $E''$ ) zur einfallenden ( $E$ ), ebenen Welle in Abhängigkeit des Einfallswinkels  $\alpha$  und der Brechungsindizes  $n$  und  $n'$  herzuleiten, für die parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten:

$$r_{\parallel} = \frac{E''_{\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{n' \cos a - n \cos a'}{n' \cos a + n \cos a'} = \frac{n'^2 \cos(\alpha) - n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2(\alpha)}}{n'^2 \cos(\alpha) + n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2(\alpha)}}. \quad (1)$$

*Hinweis:* In Gl. 1 sind beide Formen in Ordnung. Sie dürfen sich auf den Fall  $\mu = \mu'$  beschränken.

- (b) Zeigen Sie, dass für senkrechten Einfall das Amplitudenverhältnis  $\frac{E''_0}{E_0}$  unabhängig davon ist, ob das Licht senkrecht oder parallel polarisiert ist:

$$r = \frac{E''_0}{E_0} = \frac{n' - n}{n' + n}$$

- (c) Betrachten Sie die Frequenzabhängigkeit der Reflektivität  $R = |r|^2$  bei senkrechter Bestrahlung einer Luft-Metall-Grenzfläche. Verwenden Sie  $n_{\text{Luft}} = 1$  und

$$\varepsilon_{\text{Metall}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}.$$

Hierbei ist  $\omega_{pl}$  die Plasmafrequenz des Elektronengases im Metall. Zeigen Sie, dass dann

$$R(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } \omega \leq \omega_{pl} \\ \left( \frac{1 - \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}}{1 + \sqrt{1 - \omega_{pl}^2/\omega^2}} \right)^2 & \text{für } \omega > \omega_{pl} \end{cases}$$

gilt. Plotten Sie  $R(\omega)$  für  $\omega \in [0, 2\omega_{pl}]$ .

**Bitte Rückseite beachten! →**

**Aufgabe 34 (10 Punkte): Reflexion und Brechung**

Eine ebene monochromatische elektromagnetische Welle trifft unter einem beliebigen Einfallswinkel  $\alpha$  von einem Isolator ( $\epsilon_1, \mu_1$ ) kommend auf die ebene Grenzfläche zu einem Leiter ( $\epsilon_2 = i\omega\sigma, \mu_2 = 1$ ).

- (a) Bestimmen Sie die Winkel  $\gamma$  und  $\beta$  der reflektierten und transmittierten Welle. Spezialisieren Sie das Brechungsgesetz auf den Fall eines guten Leiters ( $\epsilon_1\mu_1 \ll \omega\sigma$ ) und eines schlechten Leiters ( $\epsilon_1\mu_1 \sin^2(2\alpha) \ll \omega\sigma$ ).
- (b) Bestimmen Sie die entsprechende Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für den transversal elektrischen Fall (senkrecht polarisiert). Gibt es einen Einfallswinkel, für den es keinen reflektierten Anteil gibt? *Hinweis:* Benutzen sie die Fresnelschen Formeln für den transversal elektrischen Fall:

$$\frac{E_\beta}{E_\alpha} = \frac{2n_1n_2 \cos \alpha}{\mu_1n_2^2 \cos \alpha + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}},$$

$$\frac{E_\gamma}{E_\alpha} = \frac{\mu_1n_2^2 \cos \alpha - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}{\mu_1n_2^2 \cos \alpha + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (2)$$

- (c) Berechnen Sie das zeitlich gemittelte Poyntingsche Vektorfeld für den im Isolator reflektierten und den in den Leiter eintrinkenden Anteil der monochromatischen ebenen Welle aus b). Wie groß ist die mittlere Eindringtiefe in den Leiter? In welche Richtung wird im Leiter die Feldenergie transportiert? *Hinweis:* Benutzen sie  $\mathbf{S} = \frac{1}{2\omega\mu} |\mathbf{E}|^2 \text{Re}(\mathbf{k})$ .

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).  
*Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!*
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Gernot Schaller	EW 744	Di, 13-14 Uhr
Dr. Dirk Kulawiak	EW 627	Di, 14-15 Uhr
Dr. Jérôme Burelbach	EW 708	Mi, 11-12 Uhr
Alexander Kraft	EW 269	Mi, 15-16 Uhr
Philip Knospe	EW 060	Mi, 16-17 Uhr
Philipp Stammer	EW 060	Fr, 14-15 Uhr