Prof. Dr. Gernot Schaller
Dr. Dirk Kulawiak, Dr. Jérôme Burelbach, Alexander Kraft, Philip Knospe, Philipp Stammer

2. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mo. 05.11.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 4 (5 Punkte): *Green'sche Identitäten*

Seien $\Theta(\mathbf{r})$ und $\Psi(\mathbf{r})$ zwei skalare, zweimal stetig differenzierbare Felder. Beweisen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Integralsatzes

(a) die 1. Green'sche Identität

$$\int_V \mathrm{d}V \left(\Theta\,\Delta\Psi + (\nabla\Theta)\cdot(\nabla\Psi)\right) = \int_{\partial V} \mathrm{d}\mathbf{f}\cdot(\Theta\,\nabla\Psi) \quad \text{und}$$

(b) die 2. Green'sche Identität

$$\int_V \mathrm{d}V \left(\Theta\Delta\Psi - \Psi\Delta\Theta\right) = \int_{\partial V} \mathrm{d}\mathbf{f}\cdot\left(\Theta\,\nabla\Psi - \Psi\,\nabla\Theta\right),$$

wobei $\mathrm{d}\mathbf{f}$ das orientierte Flächenelement senkrecht zur Oberfläche ∂V bezeichnet.

(c) Zwei skalare Felder $\Phi_1(\mathbf{r})$ und $\Phi_2(\mathbf{r})$ erfüllen beide die Poisson-Gleichung

$$\Delta\Phi_1(\mathbf{r}) = \Delta\Phi_2(\mathbf{r}) = \frac{-\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0}. \tag{1}$$

Auf der Oberfläche ∂V gelte $\Phi_1(\mathbf{r}) = \Phi_2(\mathbf{r})$ (vgl. Dirichlet Randbedingung). Zeigen Sie, dass dann $\Phi_1(\mathbf{r}) = \Phi_2(\mathbf{r})$ überall in V gilt.

Tipp: Benutzen Sie die Green'sche Identität aus Aufgabenteil (a) für das skalare Feld $\Phi_1(\mathbf{r}) - \Phi_2(\mathbf{r})$.

Aufgabe 5 (7 Punkte): *Zylinderkondensator*

Ein Zylinderkondensator besteht aus zwei koaxialen Zylindern der Höhe h mit Radien R_1 und R_2 ($R_1 < R_2$). Dabei sei $R_1, R_2 \ll h$. Der innere und äußere Zylinder trage die Ladung $+q$ bzw. $-q$.

(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das elektrische Feld $\mathbf{E}$ für die Bereiche $|\mathbf{r}| < R_1$, $R_1 < |\mathbf{r}| < R_2$ und $R_2 < |\mathbf{r}|$. Nutzen Sie die Symmetrie des Systems aus.

(b) Berechnen Sie das elektrische Potential Φ in den drei Raumbereichen und bestimmen Sie die Spannung U zwischen den Zylindern und die Kapazität C des Kondensators.

Bitte Rückseite beachten!$\longrightarrow$

Aufgabe 6 (8 Punkte): *Unendlich ausgedehnter Plattenkondensator*

Zwei unendlich ausgedehnte, beliebig dünne und zueinander parallele Platten besitzen eine homogen verteilte Flächenladungsdichte σ_0 und $-\sigma_0$ und den Abstand d. Eine der beiden Platten liegt in der x-y-Ebene und die andere befindet sich bei $z = d$.

(a) Berechnen Sie mithilfe des Gauß'schen Gesetzes das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ und das daraus resultierende Potential $\Phi(\mathbf{r})$ zunächst für **eine** Platte in der x-y-Ebene mit $\sigma = \sigma_0$. Sind das elektrische Feld $\mathbf{E}$ und das Potential Φ an der Grenzfläche stetig?

(b) Berechnen Sie nun $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ und $\Phi(\mathbf{r})$ für die oben beschriebene Anordnung zweier Platten. Wie verhalten sich das elektrische Feld und das Potential nun an den Grenzflächen? Skizzieren Sie außerdem die z-Komponente des elektrischen Feldes $E_z(z)$ sowie das Potential $\Phi(z)$ als Funktion von z.

(c) Berechnen Sie die Energiedichte w des elektrostatischen Feldes.

(c) Was geschieht für den Grenzfall $d \to 0$ unter der Bedingung $D = d\sigma_0 =$ const.? Bleibt das daraus resultierende Potential bei $z = 0$ stetig? (Keine Rechnung, nur physikalische Begründung)

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
  Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Gernot Schaller	EW 744	Di, 13-14 Uhr
Dr. Dirk Kulawiak	EW 627	Di, 14-15 Uhr
Dr. Jérôme Burelbach	EW 708	Mi, 14-15 Uhr
Alexander Kraft	EW 269	Mi, 15-16 Uhr
Philip Knospe	EW 060	Mi, 16-17 Uhr
Philipp Stammer	EW 060	Fr, 14-15 Uhr