

## 8. Grundstruktur der Quantentheorie

### 8.1 Historische Skizze zur Quantenmechanik

**Werner Heisenberg** ist am 5. Dezember 1901 in Würzburg geboren.

Der Großvater führte in Osnabrück ein Schlossergeschäft.

Werners Vater, August Heisenberg, war Gymnasiallehrer für alte Sprachen in Würzburg; 1910 Ordinarius für Byzantinistik an der Universität München, Umzug der Familie.

Die Mutter Werner Heisenbergs war Tochter des Rektors des Maximiliansgymnasium in München. [39]

1920 begann Werner Heisenberg das Physikstudium bei Arnold Sommerfeld in München.

1922 erstes Zusammentreffen mit Niels Bohr in Göttingen. Studium in Göttingen bei Max Born.

1923 Dissertation in München.

1924 Habilitation in Göttingen.

1924-1925 als Rockefeller-Stipendiat am Bohr-Institut in Kopenhagen.

[39] David C. Cassidy: „Werner Heisenberg“. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, 2001; Amerikanische Originalausgabe: „Uncertainty. The Life and Science of Werner Heisenberg, Freeman, New York, 1992.

**Juni 1925** Aufenthalt auf Helgoland. Beginn der **nicht-kommutativen Matrizenmechanik** [40].

Den klassischen Bahnbegriff vermeidend betrachtet Heisenberg die Gesamtheit der Schwingungsfrequenzen und der „Amplituden“ (Übergangswahrscheinlichkeiten), die die Intensität der Spektrallinien bestimmen [41], [42]. Er benutzt intuitiv die Matrizenmultiplikation, ohne zu diesem Zeitpunkt den mathematischen Begriff der Matrix zu kennen.

Eine mathematische Ausarbeitung von Heisenbergs Ansatz folgt in einer Arbeit von Max Born und Pascual Jordan [44] und in einer folgenden Arbeit von allen Dreien [45]. In [44] ist die Vertauschungsrelation (33) erstmals explizit formuliert.

[40] Werner Heisenberg: „Der Teil und das Ganze“. dtv, München, 1973, S. 74 ff.

[41] Werner Heisenberg: „Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen“. Zeitschrift für Physik, 33 (1925), S. 879.

[42] Brief von Werner Heisenberg an Wolfgang Pauli, 24. Juni 1925.  
Auf der Rückfahrt von Helgoland besuchte Heisenberg Pauli in Hamburg für wenige Stunden, bedankte sich dafür mit Brief vom 21. Juni 1925. Hinweise dazu in [43], S. 89.

[43] Armin Hermann: „Die Jahrhundertwissenschaft. Werner Heisenberg und die Geschichte der Atomphysik“.rororo, Reinbek bei Hamburg, 1993.

[44] Max Born, Pascual Jordan: „Zur Quantenmechanik“. Zeitschrift für Physik 34 (1925), S. 858-888.

[45] Max Born, Werner Heisenberg, Pascual Jordan: „Zur Quantenmechanik II“. Zeitschrift für Physik 35 (1925), S. 557-615.

## Eberhard Müller: Interdisziplinärer Zugang zu den Grundlagen der Quantentheorie: Grundstruktur der QT

Eine wertvolle ausführliche Diskussion der historischen Abläufe findet sich bei Max Jammer [34], S. 196 ff..

Jordan war Assistent bei Courant [46] während der Arbeit am später weltweit verbreiteten Buch von Courant und Hilbert zu den „Methoden der Mathematischen Physik“ [48]. Jordan war deshalb mit dem Umgang mit Matrizen bestens vertraut (Interview mit Max Jammer am 17. Juni 1963. Siehe [34], S. 207, dort Fußnote <sup>36</sup>.)

Born lernte Jordan bei einer Zugfahrt nach Hannover zufällig kennen ([34], S. 207 ff.). Born sprach mit einem Kollegen über die sonderbaren Schwierigkeiten bei den Rechnungen mit Matrizen. Jordan bekam das Gespräch mit und stellte sich Born am Bahnhof in Hannover vor. Er erklärt seine Bereitschaft, ihn bei der Behandlung der Matrizen zu unterstützen.

[46] Richard Courant (1888-1972) war Doktorand von Hilbert. Er wurde 1922 auf den Lehrstuhl von Felix Klein an der Universität Göttingen berufen und war dessen Nachfolger. Er emigrierte 1933 über Cambridge nach New York und baute das “Courant Institute for Mathematical Sciences“ auf, das 1964 nach ihm benannt wurde.

- Edith Stein (1891-1942) war seine Cousine. Sie promovierte mit Auszeichnung bei Husserl in Freiburg „Zum Problem der Einföhlung“ und versuchte vier Mal, eine Habilitation einzureichen, was ihr verwehrt wurde. Eine Arbeit „Psychische Kausalität“ hatte sie in Göttingen vorgelegt, eine Arbeit „Akt und Potenz“ in Breslau und Freiburg i. Breisgau. 1922 konvertierte sie zum Katholizismus, 1933 trat sie in den Karmel-Orden ein. Sie wurde zusammen mit ihrer Schwester Rosa am 9. August 1942 in Auschwitz-Birkenau vergast. 1999 wurde sie heiliggesprochen. [47]

[47] [https://de.wikipedia.org/wiki/Edith\\_Stein](https://de.wikipedia.org/wiki/Edith_Stein).

[48] R. Courant, D. Hilbert: „Methoden der Mathematischen Physik“, Springer-Verlag, Berlin, Band 1, 1924, Band 2, 1937.

Bohr's Reaktion auf Heisenbergs Matrizenmechanik, wie Heisenberg sich erinnert ([34], S. 211): „Ich werde die Erregung nicht vergessen, als ich es schaffte, seine [Heisenbergs] Ideen zu den Quantenbedingungen auf die mysteriöse Gleichung  $pq - qp = h/2\pi i$  zu reduzieren“.

Bohr hat den Gedanken der Komplementarität als eine Grundfigur der Quantenmechanik entwickelt und in Diskussionen und Abhandlungen sehr engagiert vertreten [49]. Mit Heisenberg hat er über einen langen Zeitraum intensiv zusammengearbeitet und unzählige lange Diskussionen geführt. Für Bohr ist die Vertauschungsrelation (33) das mathematische Kondensat der Komplementarität zwischen Wellenbild und Teilchenbild. Anders ausgedrückt:

**Die Vertauschungsrelation (33) ist die mathematische Formulierung der Dialektik zwischen Wellenbild und Teilchenbild.**

[49] Hans Primas: „Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism“, mit einem Vorwort von Paul Feyerabend. Lecture Notes in Chemistry 24, Springer-Verlag Berlin, 1981. In einem inhaltlich weit aufgespannten Spektrum bezieht sich das Buch auf wichtige Originalarbeiten. U. a. hat sich Primas mit Bohrs Begriff der Komplementarität intensiv befasst.

Mit Heisenbergs neuem Matrizenansatz schafft Wolfgang Pauli in kurzer Zeit die anspruchsvolle Herausforderung, das Wasserstoffatom zu berechnen [50]. Für einen Durchbruch der Matrizenmechanik war das ein entscheidender Beitrag. Dennoch wird der neue Ansatz von vielen Physikern zunächst reserviert aufgenommen.

### **Die weitere Entwicklung der Quantenmechanik**

Bis 1925 waren entscheidende Belege für Plancks Quantenhypothese die Hohlraumstrahlung (1900), Einsteins Deutung des photoelektrischen Effekts (1905), Einsteins Quantentheorie über spezifische Wärmen bei Festkörpern (1906) und Bohrs Atommodell (1913). Neben der Spektralanalyse der Atome stützte 1913 ein überzeugendes Experiment von James Franck (Assistent von Heinrich Rubens) und Gustav Hertz an der Berliner Universität das Bohrsche Atommodell [19, S. 434]. Dabei werden in einer mit Quecksilberdampf gefüllten Glasröhre Elektronen beschleunigt. Mit zunehmender Spannung nimmt entsprechend der Strom zu, fällt dann ab, um dann wieder zuzunehmen usw. Bei bestimmten Schwellwerten absorbieren die Quecksilberatome einen Teil der Elektronen. Das zeigt die diskreten Energieniveaus der Quantenstruktur der Atome.

[50] Wolfgang Pauli: „Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik“. Zeitschrift für Physik 36 (1926), S. 336-363.

1923 postulierte **Louis de Broglie**, dass die **Welle-Teilchen-Dualität nicht nur für Photonen, sondern auch für Elektronen und prinzipiell für alle massiven Teilchen** gilt [51].

De Broglie überträgt den Zusammenhang zwischen Impuls  $p$  und Wellenlänge  $\lambda$  beim Photon auf ein Elektron.

Impuls eines Photons:

$$p = h \cdot \nu / c = h / \lambda$$

Impuls eines Elektrons mit Masse  $m$  und Geschwindigkeit  $v$ :

$$p = m \cdot v$$

De Broglie-Beziehung:

$$m \cdot v = h / \lambda \Rightarrow \lambda_{\text{de Broglie}} = h / (m \cdot v)$$

Je größer die Masse, desto kleiner ist die de Broglie-Wellenlänge eines materiellen Teilchens.

Je größer die Geschwindigkeit, desto kleiner wird auch die Wellenlänge. Für einen Planeten liegt die de Broglie-Wellenlänge unter jeder Nachweisgrenze. Die empirische Bestätigung gelingt 1927. Mit kurzen Elektronenwellenlängen wird die Auflösung mit einem Elektronenmikroskop im Vergleich zu einem optischen Lichtmikroskop viel größer.

[51] Louis de Broglie: "Ondes et quanta", Comptes Rendus Acad. Sci. (Paris) 177 (1923), S. 507-510;  
"Quanta de lumière, diffraction et interférences", s.o. 177 (1923), S. 548-550;  
"Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat", s.o. 177 (1923), S. 630-632.

29. November 1924: de Broglies Dissertation in Paris, Doktorvater Langevin.

In Zürich knüpft **Erwin Schrödinger** (1887-1961) an die Arbeiten de Broglies an. Er greift einen Zugang des irischen Physikers William Rowan Hamilton (1805-1865) auf, der mit der sogenannten Eikonal-Näherung die geometrische Optik aus der Wellenoptik ableitet. (Die Strecke eines Lichtstrahls vom Ausgangspunkt bis zum Endpunkt wird als „Eikonal“ bezeichnet.) Motiviert wird Schrödinger durch eine Bemerkung Einsteins in dessen zweitem Paper zum idealen Quantengas, wo Einstein weitergehende Folgerungen des Ansatzes von de Broglie erwartet ([34], S. 249).

Schrödinger war frisch an die Universität Zürich als Nachfolger von Peter Debye berufen worden, nachdem jener einen Lehrstuhl an der ETH angenommen hatte. Zum gemeinsamen Kolloquium der Universität und der ETH bittet Debye Schrödinger um einen Beitrag zu den de Broglie-Papers. Schrödinger war mit der Materie vertraut ([34], S. 257 ff.), nahm die Einladung an und publizierte mehrere Artikel [52]. Darin ist die „Schrödinger-Gleichung“ enthalten. Ihre Lösung gelang mit der Unterstützung von Hermann Weyl.

Schrödinger wollte die Lösung der Schrödinger-Gleichung als eine Materiewelle interpretieren, wie er durch die de Broglie-Wellen inspiriert war. Allerdings gelingt dies nur im Falle eines einzelnen Teilchens. **Bei mehreren Teilchen versagt die Materiewellen-Interpretation.** Damit war Schrödinger extrem unzufrieden.

[52] Erwin Schrödinger: „Quantisierung als Eigenwertproblem“. Annalen der Physik 79 (1926), I. Mitteilung 27. Januar eingegangen, S. 361-376; 2. Mitteilung 23. Februar eingegangen, S.489-527; 3. Mitteilung 10. Mai 1926 eingegangen, Annalen der Physik 80 (1926), S. 437-490; 4. Mitteilung 21. Juni 1926 eingegangen, Annalen der Physik 81 (1926), S 109-139.

Bald wurde die mathematische Gleichwertigkeit der Matrix-Mechanik Heisenbergs und der Wellen-Mechanik Schrödingers nachgewiesen.

Die zeitliche Priorität der Begründung der Quantenmechanik gehört Heisenberg.

Die Bedeutung der  $\psi$ -Funktion (die Lösung der Schrödinger-Gleichung, als auch die Lösung Heisenbergs Matrizengleichung) bleibt (zunächst) obskur, für beide Zugänge gleichermaßen.

Zur Berechnung vieler Problemstellungen der Atomphysik benutzen bis heute die meisten Physiker die Schrödinger-Gleichung. Der einzige Unterschied zur vertrauten Diffusionsgleichung ist die imaginäre Zeitvariable der **Schrödinger-Gleichung**. Sie sorgt dafür, dass ihre **zeitliche Dynamik deterministisch und reversibel** ist und eine Gruppe bildet. Die Zeitvariable durchläuft die gesamte reelle Achse. Im Gegensatz dazu beschreibt die Diffusionsgleichung, die zugleich auch für Wärmeleitung gilt, einen irreversiblen Prozess, der ein (Wärme-) Gleichgewicht anstrebt.

Ihre zeitliche Dynamik bildet eine Halbgruppe. Hier durchläuft die Zeitvariable nur die positive reelle Achse.

In der Schrödinger-Gleichung tritt die zeitliche Ableitung in 1. Ordnung auf, die räumlichen Ableitungen jedoch in 2. Ordnung. Dies zeigt, dass die Schrödingergleichung nicht Einstein-relativistisch ist. Denn in einer relativistischen dynamischen Gleichung müssen die Ableitungen nach der Zeitvariablen und nach den Ortsvariablen notwendig in gleicher Ordnung auftreten. Das trifft für die von Paul Dirac (1902-1984) 1927 gefundene Gleichung zur Beschreibung der Dynamik eines freien Elektrons zu. In der Dirac-Gleichung treten zeitliche und räumliche Ableitungen nur von 1. Ordnung auf. Dies trifft auch für die Maxwell-Gleichungen zu.

Die freie Dirac-Gleichung lässt sich, wie die freien Maxwell-Gleichungen, aus dem Kriterium zur elementaren Zerlegung der Darstellung der Symmetrie-Gruppe der speziellen Relativitätstheorie (Poincaré-Gruppe) herleiten.

Im September 1926 lädt Bohr Schrödinger nach Kopenhagen ein ([40], S. 91 ff.). Es kommt zu einem extrem intensiven Austausch. Bei der Frage der Interpretation der Quantenmechanik verbleiben zwischen Bohr und Heisenberg einerseits und Schrödinger andererseits unüberbrückbare Auffassungen.

1927 stellt Heisenberg die Unschärferelation auf.

Im gleichen Jahr schlägt Max Born (1882-1970) die statistische Interpretation der Quantenmechanik vor

Ebenfalls 1927 fand die fünfte Solvay-Konferenz statt. Im Mittelpunkt stand ein höchst intensiver Disput zwischen Einstein und Bohr. Mit immer neuen Gedankenexperimenten versucht Einstein, Schwächen der neuen Quantenmechanik aufzuzeigen. Bohr kann alle Einwände widerlegen. Die Quantenmechanik besteht ihre Feuertaufe. Keine Einigung gab es in der Frage der Interpretation der Quantenmechanik. Bohr, Heisenberg, Pauli verteidigen Borns statistische Interpretation. Einstein lehnt sie vehement ab. Er will die Kausalität nicht aufgeben: Gott würfelt nicht. Davon wird er nie abweichen.

1935 verfasst Einstein zusammen mit seinen Mitarbeitern Podolski und Rosen einen grundsätzlichen Artikel, in dem er seine kritischen Einwände an der Quantenmechanik festhält [53]. Diese Arbeit zeigt die neue Qualität von Quantenkorrelationen auf. Diese „**EPR-Korrelationen**“, die Einstein ausschloss, werden erstmals 1980 durch den französischen Experimentalphysiker Alain Aspect in seiner Doktorarbeit eindeutig nachgewiesen.

[53] Albert Einstein, Boris Podolski, Nathan Rosen: "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" Physical Review 47 (1935) S.777.

### **Nach dem „Goldenen Zeitalter der Physik“**

Nach der Entdeckung des Neutrons 1932 wandte Heisenberg die Quantenmechanik auf den Atomkern an. In drei Abhandlungen „Über den Bau der Atomkerne“ legte er die Grundlage für die Kernphysik. Mit weiteren Pionierleistungen trug er zur Entwicklung der Quantenfeldtheorie bei (Paarerzeugung aus dem Vakuum, S-Matrix, ...). Im Zweiten Weltkrieg beschäftigte er sich neben der Kernreaktorentwicklung mit der kosmischen Höhenstrahlung. Ab den 1950er Jahren galt seinen Forschungen der Elementarteilchentheorie und der nichtlinearen Spinortheorie („Weltformel“).

1936, 1937 öffentliche Angriffe der SS gegen Heisenbergs Person. Er wurde als „weißer Jude“ bezeichnet und mit dem Tode bedroht. 1939 Einberufungsbescheid zur Wehrmacht. Heisenberg leitet das Uranprojekt. 1945 wurde im Pilot-Reaktor in Haigerloch Neutronenvermehrung erzielt. Der Reaktor blieb unterkritisch.

September 1941: Treffen mit Niels Bohr in Kopenhagen [54]. Das Gespräch mißlang, es konnte die Entwicklung der Atombombe nicht verhindern.

4. Juni 1942: Treffen mit dem für Rüstung zuständigen Reichsminister Speer. Neben Heisenberg nahmen u. a. der Industrielle und Erfinder Förster (Reutlingen) und der Luftwaffengeneral Milch teil [55]. Nach dem Vortrag und der Einschätzung Heisenbergs wurde von einem Atombombenprogramm Abstand genommen.

[54] Michael Frayn: „Kopenhagen. Stück in zwei Akten“. Wallstein-Verlag 2001.

[55] Persönlicher Hinweis von Monika Witte, geb. Förster, zum Protokoll des Treffens.

Auf Einladung von Paul Scherrer, Professor für Experimentalphysik an der ETH, hält Heisenberg im Dezember 1944 einen Vortrag in Zürich. Unter den Zuhörern sitzt der CIA-Agent Moe Berg. Er hat den Befehl, Heisenberg zu erschießen, falls es Anzeichen dafür geben sollte, dass Heisenberg an einer Atombombe arbeitet ([39], S. 598-600; [56], S. 120-122).

Mitte 1942 läuft in den USA das Manhattan-Projekt unter der Leitung von Robert Oppenheimer in vollem Umfang an [57]. Unter Einsatz von 2 Milliarden \$ und der Beteiligung von bis zu 150 000 Menschen führte es am

16. Juli 1945 zur ersten Test-Atombombenexplosion in Neu-Mexiko, am  
06. August 1945 zum Abwurf der Uranbombe auf Hiroshima und am  
09. August 1945 zum Abwurf der Plutoniumbombe auf Nagasaki.

Das Manhattan-Projekt wurde gegenüber dem US-Kongress geheimgehalten. Den Befehl zum Einsatz der Atombombe gab US-Präsident Harry S. Truman (während der Potsdam-Konferenz mit Stalin und Churchill, die vom 17. Juli - 2. August 1945 stattfand), gegen den Rat der Oberkommandierenden der US-Streitkräfte, McArthur für den Bereich Pazifik und Eisenhower für den Bereich Atlantik.

[56] Elisabeth Heisenberg: „Das politische Leben eines Unpolitischen“. Piper-Verlag München, 1980.

[57] Richard Rhodes: „The Making of the Atomic Bomb“. A Touchstone Book, published by Simon & Schuster, New York, 1988.

Nach dem Ende des Zweiten Weltkriegs wurden zehn deutsche Atomphysiker ein halbes Jahr lang in Farmhill in England interniert. Der englische Geheimdienst hörte ihre Gespräche ab. Die Abschriften sind inzwischen öffentlich.

12. April 1957: Göttinger Memorandum von 18 Atomphysikern gegen den Bau von Atomwaffen und der nuklearen Bewaffnung der Bundeswehr, u. a. mit Otto Hahn, Werner Heisenberg, C. F. v. Weizsäcker [58].

[58] „Aber dann ist der Urkern zerplatzt“. Interview mit Carl Friedrich von Weizsäcker, geführt durch den Publizisten Dietrich Hahn, Enkel von Otto Hahn, Frankfurter Allgemeine Zeitung vom 19.12.1998, Nummer 295, Ereignisse und Gestalten, S. III.