

VL: Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD  
UE: Dr. Anna Zakharova

## 2. Übungsblatt zur Theor. Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik

**Abgabe:** Mi 14.11.2018. Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.

*Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Der Code der Programmieraufgaben kann per E-Mail eingereicht werden. Die Abgabe soll in 3er Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen und Matrikelnummern an.*

**Aufgabe 4 (20 Punkte): One-step Master Equation**

In this problem set we will consider three physical processes described by the one-step master equation:

$$\dot{p}_n = r_{n+1}p_{n+1} + g_{n-1}p_{n-1} - (r_n + g_n)p_n$$

with  $p_n$  the probability of finding the system in state  $n$ , and  $g_n$  and  $r_n$  the generation and recombination rate of state  $n \in \mathbb{Z}$ . Each process is specified by these rates, the range of  $n$  and an initial condition.

**4a: Poisson Process (5 points)**

$$r_n = 0; \quad g_n = q; \quad n \geq 0; \quad p_n(0) = \delta_{n,0}$$

Solve the master equation directly for  $p_n(t)$ . Plot and interpret the result. Solve the master equation with help of the characteristic function  $G(s, t) = \sum_n s^n p_n(t)$  and verify that the distribution  $p_n(t)$  thus obtained is the same as that found by direct solution.

**4b: Symmetric random walk (5 points)**

$$r_n = g_n = 1; \quad -\infty < n < \infty; \quad p_n(0) = \delta_{n,0}$$

Solve the master equation with help of the characteristic function  $G(s, t)$  and thus derive  $p_n(t)$ .

**4c: Chemical reaction,  $X \xrightarrow{k_1} k_2 A$  (10 points)**

$$r_n = k_1 n; \quad n \geq 0; \quad g_n = k_2 a; \quad p_n(0) = \delta_{n,n_0}$$

Solve the master equation for the characteristic function  $G(s, t)$ . Use the result to show that the factorial moments  $N^k_f = \frac{\partial^k}{\partial s^k} G(s, t)|_{s=1} = N(N-1)(N-2)\dots(N-k+1)$  obey

$$\frac{d}{dt} N^k_f = k \left[ k_2 a N^{k-1}_f - k_1 N^k_f \right]; \quad k = 1, 2, \dots$$

## 2. Übung TPVI WS18/19

**Vorlesung:**

- Donnerstag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.
- Freitag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

**Übung:**

- Mittwoch, 16:15 – 17:45 Uhr im EW 114.

**Anmeldung:** Die Punkteverteilung und Scheinvergabe zu der Vorlesung “Theoretische Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik” erfolgt über das Moseskontosystem: <https://moseskonto.tu-berlin.de/moseskonto>.

**Webseiten:**

- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter: [https://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws\\_201819/wahlpflichtveranstaltungen/theoretische\\_physik\\_vi\\_vertiefung\\_statistische\\_physik\\_des\\_nichtgleichgewichts/](https://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201819/wahlpflichtveranstaltungen/theoretische_physik_vi_vertiefung_statistische_physik_des_nichtgleichgewichts/)
- Visualisierung gibt es unter: [http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/owl/nichtlineare\\_dynamik](http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/owl/nichtlineare_dynamik)

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen).
- Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der vorletzten Vorlesungswoche).
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in der Übung.

**Kontakte:**

- Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD, EW 735, 314-23500, [schoell@physik.tu-berlin.de](mailto:schoell@physik.tu-berlin.de), Sprechzeiten nach Vereinbarung.
- Dr. Anna Zakharova, ER 244, 314-28948, [anna.zakharova@tu-berlin.de](mailto:anna.zakharova@tu-berlin.de), Sprechzeiten Do. 13:00-14:00