VL: Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll,PhD
UE: Dr. Anna Zakharova

3. Übungsblatt zur Theor. Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik

Abgabe: Mi 21.11.2018. Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.
Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Der Code der Programmieraufgaben kann per E-Mail eingereicht werden. Die Abgabe soll in 3er Gruppen erfolgen. Bitte geben Sie Ihre Namen und Matrikelnummern an.

Aufgabe 5 (5 Punkte): *Diffusion in a gravitational field*

A strongly damped Brownian particle moving in a constant gravitational field (strength g) is described by the Fokker-Planck equation

$$\frac{\partial}{\partial t}p = \frac{\partial}{\partial x}(gp) + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}p$$

Solve for stationary distribution $p^*(x)$ on the interval (a, b) with reflecting boundaries. What conditions does normalisability place on a and b? By comparing your solution with what you know from *equilibrium* statistical physics, relate the diffusion constant D to temperature.

Aufgabe 6 (4 Punkte): *Wiener process with absorbing boundaries*

By making an appropriate series Ansatz, solve Fokker-Planck equation $\frac{\partial}{\partial t}p = D\frac{\partial^2}{\partial x^2}p$ for $p(x, t)$ on the interval $(0, 1)$ with absorbing boundary conditions such that $p(0, t) = p(1, t) = 0$. What would be the analogous conditions for reflecting boundaries and what Ansatz would one make in that case?

Aufgabe 7 (6 Punkte): *Ornstein-Uhlenbeck Process*

The Fokker-Planck equation for the Ornstein-Uhlenbeck process reads

$$\frac{\partial}{\partial t}p = \frac{\partial}{\partial x}(kxp) + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}p$$

1. With $k > 0$ and $x \in (-\infty, \infty)$ show that the moment generating function is

   $$\phi(s, t) = Z(is, t) := \int_{-\infty}^{\infty} dxe^{isx}p(x, t) = exp[-\frac{Ds^2}{2k}(1 - e^{-2kt})]$$

   for initial condition $p(x, 0) = \delta(x)$.

2. With $k < 0$, find the stationary distribution $p^*(x)$ on the interval $(-a, a)$ subject to periodic boundary conditions.

Aufgabe 8 (5 Punkte): *Kramers-Moyal expansion for the symmetric random walk*

Consider the master equation of the symmetric random walk

$$\dot{p_n} = p_{n+1} + p_{n-1} - 2p_n$$

For large n, p_n can be approximated as a continuous function of n, and we can approximate the master equation by performing a Taylor expansion of $p_{n\pm1}$ about n to second order. Solve the resulting Fokker-Planck equation for $p_n(t)$ and compare graphically with the solution of the full master equation (at both long and short times).

Vorlesung:
- Donnerstag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.
- Freitag 10:15 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

Übung:
- Mittwoch, 16:15 – 17:45 Uhr im EW 114.

Anmeldung: Die Punkteverteilung und Scheinvergabe zu der Vorlesung "Theoretische Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik" erfolgt über das Moseskontosystem: `https://moseskonto.tu-berlin.de/moseskonto`.

Webseiten:
- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter: `https://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/lv/ws_201819/wahlpflichtveranstaltungen/theoretische_physik_vi_vertiefung_statistische_physik_des_nichtgleichgewichts/`
- Visualisierung gibt es unter: `http://www.itp.tu-berlin.de/menue/lehre/owl/nichtlineare_dynamik`

Scheinkriterien:
- Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen).
- Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der vorletzten Vorlesungswoche).
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in der Übung.

Kontakte:
- Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll,PhD, EW 735, 314-23500, `schoell@physik.tu-berlin.de`, Sprechzeiten nach Vereinbarung.
- Dr. Anna Zakharova, ER 244, 314-28948, `anna.zakharova@tu-berlin.de`, Sprechzeiten Do. 13:00-14:00