

Prof. Dr. Andreas Knorr

Dr. Mohsen Kahdem, Arne Zantop, Robert Salzwedel, Isaac Tesfaye, Jonah Friederich, Lasse Ermoneit

7. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik**Abgabe: Di. 11.12.2018 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Bitte die Matrikelnummern auf dem Aufgabenzettel angeben! Die Abgabe soll in Dreiergruppen erfolgen. **Sonst keine Bewertung!**

Aufgabe 17 (20 Punkte): Variation in mehreren Dimensionen: Schwingende Membran

Wir betrachten eine elastische Membran, die in einer Berandung R in der x - y -Ebene eingespannt sei. Kleine Auslenkungen der Membran aus dieser Ebene werden durch eine Funktion $z(x, y, t)$ beschrieben und bewirken eine zusätzliche Spannung der Membran, die Flächenstreckung führen. Die Arbeit, die dabei verrichtet wird, ist proportional zur Flächenänderung. Dies führt zur Gleichung

$$(1) \quad V[z, t] = \int_G \left\{ \frac{1}{2} \tau^2 \left[\left(\frac{\partial z(x, y, t)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z(x, y, t)}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \right\}$$

für die potentielle Energie der Membran. G sei dabei das von R berandete Gebiet in der Ebene, τ die Spannung der Membran in der Ruhelage und ρ die Flächendichte der Membran.

Die kinetische Energie der Membran ist gegeben durch

$$(2) \quad T[z, t] = \int_G \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial z(x, y, t)}{\partial t} \right)^2 dx dy$$

1. Das Wirkungsfunktional, das für die Membran resultiert, hat die Form

$$(3) \quad S[z] := \int_{t_0}^{t_1} (T[z, t] - V[z, t]) dt$$

Zeigen Sie, dass die Euler-Lagrange-Gleichung für die Membran von der Form

$$(4) \quad \Delta z(x, y, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z(x, y, t)}{\partial t^2} = 0$$

ist mit $\frac{1}{c^2} = \frac{\rho}{\tau^2}$. Benutzen Sie dazu die in VL hergeleiteten Euler-Lagrange-Gl. für mehrere Dimensionen.

2. Reduzieren Sie diese Euler-Lagrange-Gleichung für den radialsymmetrischen Fall im kreisförmigen Gebiet $G = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ auf zwei gewöhnliche Differentialgleichungen. Benutzen Sie dafür den Laplace-Operator in Polarkoordinaten und kommen Sie mithilfe eines Separationsansatzes auf:

$$(5) \quad T''(t) + \omega^2 T(t) = 0$$

$$(6) \quad R''(r) + \frac{R'(r)}{r} + \frac{\omega^2}{c^2} R(r) = 0$$

3. Lösen Sie die erste Differentialgleichung (5) allgemein für $T(t)$. Finden Sie unter Ausnutzung der Randbedingung $z(r = a, t) = 0$, $z(r \rightarrow 0, t) < \infty$ eine Formel für die Schwingungsfrequenzen der Membran ω .

7. Übung TPI WS18/19

Benutzen Sie dabei, dass die Bessel-Differentialgleichung (6) durch

$R(r) = C_1 J_m\left(\frac{\omega_{mn}}{c} r\right) + C_2 Y_m\left(\frac{\omega_{mn}}{c} r\right)$ gelöst wird mit, wobei C_1, C_2 Konstanten sind und J_m, Y_m Bessel-Funktionen erster bzw. zweiter Art sind.

4. Finden Sie die Frequenzen f_{mn} (in Hz) der 4 langsamsten Moden für eine Kreismembran mit einem Durchmesser von 60 cm und einer Wellengeschwindigkeit von $c = 200 \text{ m s}^{-1}$.

Prof. Dr. Andreas Knorr

Dr. Mohsen Kahdem, Arne Zantop, Robert Salzwedel, Isaac Tesfaye, Jonah Friederich, Lasse Ermoneit

Sprechzeiten:	Prof. Dr. Andreas Knorr	Di	13:00–14:00 Uhr	EW 742
	Dr S. Mohsen J. Khadem	Fr	15:00–16:00 Uhr	EW 266
	MSc. Arne Zantop	Do	11:00–12:00 Uhr	EW 701
	BSc. Robert Salzwedel	Mi	16:00–17:00 Uhr	EW 060
	BSc. Isaac Tesfaye	Fr	10:00–11:00 Uhr	EW 060
	BSc. Jonah Friederich	Mo	12:30–13:30 Uhr	EW 060
	BSc. Lasse Ermoneit	Di	13:00–14:00 Uhr	EW 060

- Vorlesung:**
- Dienstag 8:15 Uhr – 9:45 Uhr im EW 201.
 - Mittwoch 8:15 Uhr – 9:45 Uhr im EW 201.

- Webseite:**
- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter <http://www.itp.tu-berlin.de/?198787>

- Klausur:**
- Dienstag, den 05.02.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr im H1005.

- Nachklausur:**
- Dienstag, den 13.02.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr im EW 201.
 - Teilnahme nur bei Qualifikation in der Klausur oder Prüfungsunfähigkeit am Klausurtermin

- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte.
 - Bestandene Klausur.

Bemerkung: Bei den Übungsaufgaben werden nur dokumentenechte, handschriftliche Originale akzeptiert. Es werden keine Kopien oder elektronischen Abgaben akzeptiert.

Literatur zur Lehrveranstaltung:

Alle Bücher stehen im Semesterapparat in der Physikbibliothek zur Verfügung.

- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik, Band 1, Springer
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik, Band 2, Springer
- T. Fließbach, Mechanik: Lehrbuch zur Theoretischen Physik I, Spektrum Akademischer Verlag
- W. Greiner, Theoretische Physik. Band 1 und 2, Verlag Harri Deutsch
- H. Goldstein, Klassische Mechanik
- H. Stephani, G. Kluge, Theoretische Mechanik: Grundlagen und Übungen, Spektrum Akademischer Verlag
- L. D. Landau, E. M. Lifschitz und P. Ziesche, Lehrbuch der Theoretischen Physik, Bd. 1, Verlag Harri Deutsch.
- A. Sommerfeld, Vorlesungen über Theoretische Physik, Band I: Mechanik
- F. Kuypers, Klassische Mechanik: mit 103 Beispielen und 167 Aufgaben