

Prof. Dr. Kathy Lüdge

Alexander Kraft, Leonhard Schülen, Thomas Martynec, Jonah Friederich, Isaac Tesfaye

3. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik**Abgabe: Mi. 13.11.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude****Aufgabe 7 (6 Punkte): Poisson Gleichung für das Elektrische Potential**

Benutzen sie die Poisson Gleichung:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} . \quad (1)$$

um das elektrische Potential ϕ für folgende Ladungsdichten ρ zu bestimmen. Bestimmen Sie auch die dabei auftretenden Konstanten.

- a) $\rho(\mathbf{r})$ ist gleichmäßig verteilt innerhalb einer Kugel mit Radius R :
- b) $\rho(\mathbf{r})$ ist gleichmäßig verteilt auf einer Kugeloberfläche mit Radius R .
- c) $\rho(\mathbf{r})$ ist gleichmäßig verteilt auf einer Zylinderoberfläche mit Radius R .

Hinweis: Benutzen Sie ein Koordinatensystem das zu der Geometrie von $\rho(\mathbf{r})$ passt. ∇^2 hat die Form

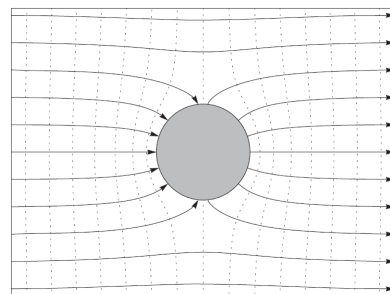
$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} \quad (2)$$

in sphärischen Koordinaten und in zylindrischen Koordinaten die Form:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (3)$$

Aufgabe 8 (8 Punkte): Leitende Kugel im homogenen elektrischen Feld

Eine ungeladene Metallkugel im Ursprung mit dem Radius R befindet sich in einem homogenen elektrischen Feld $\underline{E} = (0, 0, E_0)^T$. Gesucht ist das elektrostatische Potential $\phi(\underline{r})$.



- (a) Um die Symmetrie der Kugel nutzen zu können, begeben wir uns in Kugelkoordinaten. Stellen Sie zunächst das zu dem externen elektrischen Feld gehörige Potential $\phi_{\text{ex}}(\underline{r})$ in kartesischen und Kugelkoordinaten dar. Wählen Sie $\vartheta = \angle(\underline{r}, \underline{e}_z)$.
- (b) Finden Sie die korrekten Randbedingungen für $\phi(\underline{r})$
 - (i) am Rand der Kugel $r = R$,
 - (ii) unendlich weit weg von der Kugel, für $r \rightarrow \infty$.
- (c) Durch das in z -Richtung zeigende elektrische Feld ist das Problem zylindersymmetrisch. Die Laplace-Gleichung in Kugelkoordinaten mit dieser Symmetrie lässt sich mit dem folgenden

3. Übung TPIII WS 19/20

Ansatz lösen:

$$\phi(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(a_{\ell} r^{\ell} + b_{\ell} r^{-(\ell+1)} \right) P_{\ell}(\cos \vartheta) \quad (4)$$

$$P_0(\cos \vartheta) = 1$$

$$P_1(\cos \vartheta) = \cos \vartheta$$

$$P_2(\cos \vartheta) = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \vartheta - 1)$$

...

Hierbei sind P_{ℓ} die Legendre-Polynome. Nutzen Sie die in (b) gefundenen Randbedingungen, um die Konstanten in (4) zu bestimmen (*Hinweis*: Koeffizientenvergleich). Berechnen Sie $\phi(\underline{r})$ und $\underline{E}(\underline{r})$.

(d) Berechnen Sie die Oberflächenladungsdichte σ .

(e) Bestimmen Sie das durch diese Oberflächenladung induzierte Dipolmoment p .

Hinweis: Vergleichen Sie das elektrische Feld mit der aus der Vorlesung bekannten Multipolentwicklung.

Aufgabe 9 (6 Punkte): *Biot-Savart'sches Gesetz, Magnetfeld eines geraden Leiters*

Verwenden Sie das BIOT-SAVART'SCHE Gesetz,

$$\underline{B}(\underline{r}) = I' \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L'} \frac{d\underline{r}' \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

um die magnetische Induktion eines unendlich langen geraden Leiters L' zu berechnen. Der Leiter werde von einem zeitlich konstanten Strom I' durchflossen. Berechnen Sie die Rotation dieses Feldes außerhalb des Leiters explizit und erklären Sie, warum sich kein *skalares* Potential für dieses Feld definieren lässt.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Ab dem zweiten Übungsblatt werden Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert. Einzelabgaben werden generell nicht akzeptiert. Zur Vermittlung benutzt bitte die eingerichtete Gruppenbörse am EW 060.
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Fr, 10:15-11:15	EW 741
Alexander Kraft	Mi, 15:00-16:00	EW 269
Leonhard Schülen	Do, 10:00-11:00	ER 242
Thomas Martynec	Mo, 14:00-15:00	EW 279
Jonah Friederich	Di, 10:00-11:00	EW 060
Isaac Tesfaye	Do, 15:00-16:00	EW 060