

Prof. Dr. Kathy Lüdge

Alexander Kraft, Leonhard Schülen, Thomas Martynek, Jonah Friederich, Isaac Tesfaye

4. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

Abgabe: Mi. 20.11.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

Aufgabe 10 (8 Punkte): Biot-Savart-Gesetz

- (a) Zeigen Sie mithilfe des Stokes'schen Integralsatzes die Gültigkeit von $\int_F (\mathbf{dF} \times \nabla) \times \mathbf{A} = \oint_{\partial F} \mathbf{dr} \times \mathbf{A}$ für ein Vektorfeld \mathbf{A} . Hier ist F eine Oberfläche mit dem Rand ∂F .
Hinweis: Das Feld $\mathbf{c} \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$ im Stokes'schen Integralsatz könnte hilfreich sein.

- (b) Durch eine beliebig geformte Leiterschleife, welche die Fläche F umschlieÙe, flieÙe der konstante Strom I . Benutzen Sie das Biot-Savart'sche Gesetz,

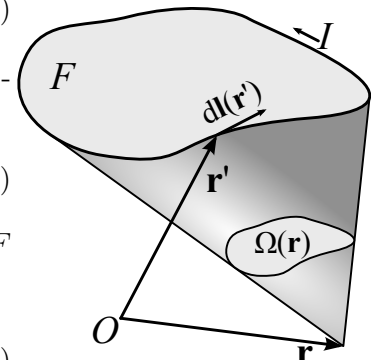
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{\partial F} d\mathbf{l}(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1)$$

und Aufgabenteil (a), um das Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} zu berechnen. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi(\mathbf{r}), \text{ mit } \Phi(\mathbf{r}) = \Lambda \Omega(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Bestimmen Sie Λ ! Hier ist $\Omega(\mathbf{r})$ der am Punkt \mathbf{r} von der Fläche F der Leiterschleife aufgespannte Raumwinkel

$$\Omega(\mathbf{r}) = \int_F d\mathbf{F}(\mathbf{r}') \cdot \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3}. \quad (3)$$



- (c) Zeigen Sie, dass $\int_F d\mathbf{F}(\mathbf{r}') \cdot \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3}$ in der Tat den Raumwinkel Ω ergibt.
 (d) Benutzen Sie das Ergebnis aus Aufgabenteil (b) um das Magnetfeld auf der z -Achse zu berechnen, welches durch eine in der x - y -Ebene liegende kreisförmige Leiterschleife mit dem Radius R erzeugt wird:

$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \mathbf{e}_z. \quad (4)$$

Aufgabe 11 (7 Punkte): Magnetischer Dipol

Die Stromdichte in einem Kreisleiter mit Radius R (Umfang $L \equiv 2\pi R$) sei in Kugelkoordinaten gegeben als

$$\underline{j}(\underline{r}) = j_\varphi(\underline{r}) \underline{e}_\varphi(\underline{r}) = J \delta(\cos \theta) \delta(r - R) \underline{e}_\varphi.$$

- (a) Bestimmen Sie die Größe J aus der Stromstärke $I = \frac{1}{L} \int j_\varphi(\underline{r}) d^3 \underline{r}$. Verwenden und beweisen Sie dazu

$$\delta(f(x)) = \sum_{x_0} |f'(x_0)|^{-1} \delta(x - x_0) \quad \text{mit } f \in C^1, f(x_0) = 0, f'(x_0) \neq 0.$$

- (b) Berechnen Sie das Vektorpotential $\underline{A}(\underline{r})$, das Magnetfeld $\underline{B} = \nabla \times \underline{A}$ und das magnetische Dipolmoment \underline{m} aus den Gleichungen

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\underline{m} \times \underline{r}}{r^3} \quad \text{mit} \quad \underline{m} \equiv \frac{1}{2} \int_V d^3 r' \underline{r}' \times \underline{j}(\underline{r}')$$

indem Sie die vorgegebene Stromdichte $\underline{j}(\underline{r})$ einsetzen.

Bitte Rückseite beachten! →

4. Übung TPIII WS 19/20

Aufgabe 12 (5 Punkte): *Magnetfeld einer rotierenden Kugel mit konstanter Oberflächenladungsdichte*

Man betrachte eine Kugel mit Radius R . Auf der Oberfläche der Kugel sei die Ladung Q homogen verteilt und sie möge mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die z -Achse rotieren.

- (a) Berechnen Sie in Abhängigkeit der gegebenen Parameter das korrespondierende Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$.
- (b) Bestimmen Sie daraus die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.
- (c) Bestimmen Sie $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ in Dipolnäherung indem Sie zunächst das magnetische Dipolmoment \mathbf{m} bestimmen.

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).
Ab dem zweiten Übungsblatt werden Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert. Einzelabgaben werden generell nicht akzeptiert. Zur Vermittlung benutzt bitte die eingerichtete Gruppenbörse am EW 060.
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Fr, 10:15-11:15	EW 741
Alexander Kraft	Mi, 15:00-16:00	EW 269
Leonhard Schülen	Do, 10:00-11:00	ER 242
Thomas Martynec	Mo, 14:00-15:00	EW 279
Jonah Friederich	Di, 10:00-11:00	EW 060
Isaac Tesfaye	Do, 15:00-16:00	EW 060