

Prof. Dr. Kathy Lüdge

Alexander Kraft, Leonhard Schülen, Thomas Martynek, Jonah Friederich, Isaac Tesfaye

**6. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik****Abgabe: Mi. 04.12.2019 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude****Aufgabe 16 (5 Punkte):** *Feld einer elektromagnetischen Welle*

Betrachten Sie eine zirkular polarisierte transversale elektromagnetische Welle

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 [\cos(kz - \omega t)\mathbf{e}_x + \sin(kz - \omega t)\mathbf{e}_y]$$

die sich in z-Richtung ausbreitet.

- (a) Berechnen Sie hierfür die magnetische Induktion  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ .
- (b) Bestimmen Sie desweiteren den Poynting-Vektor  $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$  sowie den Strahlungsdruck auf eine um den Winkel  $\theta$  gegen die Ausbreitungsrichtung ( $\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z$ ) geneigte Ebene.

**Aufgabe 17 (10 Punkte):** *Strahlungsdämpfung eines Dipols*Im Rutherford'schen Atommodell für das Wasserstoffatom nimmt man an, dass sich ein Elektron (Ladung  $-e$ ) auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $R$  und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um den Kern bewegt. Dieses hat das elektrische Dipolmoment  $\mathbf{d}(t) = -e\mathbf{r}(t)$  zur Folge.

- (a) Berechnen Sie in Kugelkoordinaten die elektromagnetischen Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  in der Fernzone (Dipolnäherung) für das schwingende Elektron. Diskutieren Sie die Polarisationsverhältnisse für die Beobachtung entlang der z-Achse ( $\theta = 0$ ) und in der x-y-Ebene ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ).
- (b) Leiten Sie einen Ausdruck für den Poynting-Vektor ab und berechnen Sie dessen zeitlichen Mittelwert  $\langle \mathbf{S} \rangle$  und diskutieren Sie die Richtungsabhängigkeit.
- (c) Berechnen Sie daraus den zeitlichen Mittelwert der abgestrahlten Leistung  $\langle P \rangle$ .  
*Hinweis:* Nutzen Sie dazu, dass die mittlere Strahlungsleistung pro Raumwinkelelement in Richtung  $\mathbf{n}$  durch

$$\frac{dP}{d\Omega} = r^2 |\langle \mathbf{S} \rangle \cdot \mathbf{n}|$$

gegeben ist.

- (d) Schätzen Sie die Lebensdauer  $T$  des Wasserstoffatoms im Rahmen dieser klassischen Betrachtungsweise ab und deuten Sie Ihr Ergebnis.
- (e) Welcher Widerspruch ergibt sich aus diesem Ergebnis für reale Atome, und was ergibt sich damit für die Anwendung der klassischen Betrachtung auf das Problem?

**Bitte Rückseite beachten! →**

6. Übung TPIII WS 19/20

**Aufgabe 18 (5 Punkte): Eichung der Elektrodynamischen Potentiale**

Betrachten Sie in dieser Aufgabe die elektrodynamischen Potentiale  $\mathbf{A}$  und  $\Phi$ . Als Eichung bezeichnet man die Transformation

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\Psi, \quad \Phi' = \Phi - \partial_t\Psi \quad (1)$$

zu neuen Potentialen  $\mathbf{A}'$  und  $\Phi'$ . Hierbei ist  $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$  ein skalares Eichfeld.

- Zeigen Sie, dass auch  $\mathbf{A}'$  und  $\Phi'$  elektrodynamische Potentiale sind, d.h., dass die Maxwell-Gleichungen (und die Potentialgleichungen) invariant unter Eichtransformationen sind.
- Wenn die elektrodynamischen Potentiale  $\mathbf{A}$  und  $\Phi$  mithilfe der Lorenz-Eichung umgeichtet werden, welche Gleichung muss  $\Psi$  dann erfüllen? Nutzen Sie die Ergebnisse aus der Vorlesung.

Als konkretes Beispiel betrachten wir die elektrodynamischen Potentiale

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = 2\alpha c^2 x e^{-\gamma t} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \alpha\gamma e^{-\gamma t}(x^2, xz, xy)^T. \quad (2)$$

Dabei sind  $\alpha, \gamma$  physikalische Konstanten und  $c$  ist die Lichtgeschwindigkeit.

- Berechnen Sie das elektrische ( $\mathbf{E}$ ) und das magnetische ( $\mathbf{B}$ ) Feld.
- Zeigen Sie, dass die Potentiale  $\mathbf{A}$ ,  $\Phi$  in der Lorenz-Eichung gegeben sind. Finden Sie mithilfe eines geeigneten (nicht konstanten) Eichfeldes einen neuen Satz von Potentialen  $\mathbf{A}'$ ,  $\Phi'$ , welche ebenfalls der Lorenz-Eichung unterliegen. Zeigen Sie explizit, dass diese auf die gleichen elektrischen und magnetischen Felder führen, d.h.  $\mathbf{E}' = \mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$ .

**Scheinkriterien:**

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in 3er Gruppen).  
*Ab dem zweiten Übungsblatt werden Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert. Einzelabgaben werden generell nicht akzeptiert. Zur Vermittlung benutzt bitte die eingerichtete Gruppenbörse am EW 060.*
- Regelmäßige, aktive Teilnahme an den Tutorien.
- Bestandene Klausur.

Sprechstunden		
Prof. Dr. Kathy Lüdge	Fr, 10:15-11:15	EW 741
Alexander Kraft	Mi, 15:00-16:00	EW 269
Leonhard Schülen	Do, 10:00-11:00	ER 242
Thomas Martynec	Mo, 14:00-15:00	EW 279
Jonah Friederich	Di, 10:00-11:00	EW 060
Isaac Tesfaye	Do, 15:00-16:00	EW 060