Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 20. Januar 2020
https://www.tu-berlin.de/?208078

Prof. Dr. Holger Stark, Josua Grawitter, Maximilian Seyrich
Lasse Ermoneit, Philip Knospe, Isaak Mengesha und Philipp Stammer

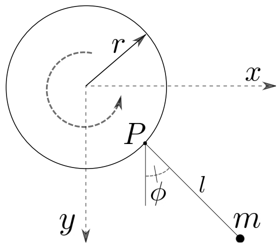
13. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Termine: **S** **Abgabe bis Donnerstag, 23.01.2020, 12 Uhr im Briefkasten am ER-Eingang**
M **Vorrechnen in den Tutorien Dienstag, 21.01. – Montag, 27.01.2020**

Bitte die Matrikelnummern ***und mind. ein Tutor*** *auf dem Aufgabenzettel angeben.*

M **Aufgabe 38 (4 Punkte)**: *Pendel mit rotierendem Aufhängepunkt I* **(1+1+1+1)**

Der Aufhängepunkt P eines ebenen Pendels der Masse m rotiert entlang eines Kreises mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω gegen den Uhrzeigersinn. Der Aufhängepunkt ist dabei bei $t = 0$ an der Stelle $(x = 0, y = r)$. Das Pendel hat die Länge l.



(a) Klassifizieren Sie die Zwangsbedingungen und stellen Sie den Ortsvektor $\boldsymbol{x}_P$ sowie $\dot{\boldsymbol{x}}_P$ in dem gegebenem Koordinatensystem auf.

(b) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion L. Verwenden Sie den Winkel ϕ als generalisierte Koordinate. *Hinweis:* Verwenden Sie $\cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) = \cos(a - b)$.

(c) Zeigen Sie, dass die Lagrangesche Bewegungsgleichung 2. Art gegeben ist durch

$$ml^2\ddot{\phi} + rlm\omega^2 \sin(\phi - \omega t) + mgl \sin\phi = 0 \; .$$

(d) Welche Terme in L spielen in der Bewegungsgleichung keine Rolle?

S **Aufgabe 39 (8 Punkte):** *Pendel mit rotierendem Aufhängepunkt II* **(schriftlich, 2+2+2+2)**

Betrachten Sie weiterhin das Pendel aus Aufgabe 38.

(a) Berechnen Sie den generalisierten Impuls bzgl. ϕ, sprich $p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}$.

(b) Stellen Sie die Funktion $H = p_\phi \dot{\phi} - L$ auf und schreiben Sie anschließend H als Funktion von ϕ und p_ϕ.

(c) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung aus Aufgabe 38 (c) äquivalent zu dem Gleichungssystem

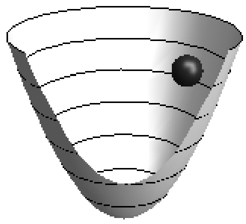
$$\dot{\phi} = \frac{\partial H}{\partial p_\phi} \; , \qquad \dot{p_\phi} = -\frac{\partial H}{\partial \phi}$$

ist.

(d) Berechnen Sie die totale Zeitableitung von H und von der Gesamtenergie $E = T + V$. Ist eine der Größen eine Erhaltungsgröße?

Bitte Rückseite beachten!⟶

S **Aufgabe 40 (12 Punkte):** *Teilchen im Paraboloid* **(schriftlich 4+2+2+4)**



Ein Teilchen der Masse m bewegt sich reibungsfrei auf der Innenfläche eines Paraboloids, das durch

$$x^2 + y^2 = az, \quad a > 0$$

gegeben ist. Dabei wirkt die Gravitationsbeschleunigung g in negative z-Richtung.

(a) Verwenden Sie Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z) und wählen Sie geeignete verallgemeinerte Koordinaten. Stellen Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen 2. Art auf.

(b) Berechnen Sie den Drehimpuls des Teilchens $\mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$. Zeigen Sie, dass der Drehimpuls in z-Richtung L_z sowie die Gesamtenergie E Erhaltungsgrößen des Systems sind.

(c) Zeigen Sie, dass die Bewegung auf einer Kreisbahn mit $x^2 + y^2 = R^2$ und konstanter Winkelgeschwindigkeit ω eine Lösung der Lagrangegleichungen ist. Bestimmen Sie ω.

(d) Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrangeschen Gleichungen 1. Art die Zwangskräfte Z_ρ, Z_φ und Z_z in Abhängigkeit von den generalisierten Koordinaten und Geschwindigkeiten.

Vorlesung:	• Dienstag 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201 • Mittwoch 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter `https://www.tu-berlin.de/?208078`
Klausurkriterien:	• mindestens 50 % der schriftlichen Übungspunkte **S** *und* • mindestens 50 % der mündlichen Übungspunkte **M**
Klausur:	• Freitag, den 14.02.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in H 0105
Nachklausur:	• Freitag, den 21.02.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in EW 201 • Teilnahme nur durch Qualifikation in der Klausur oder Prüfungsunfähigkeit am Klausurtermin
Scheinkriterium:	• bestandene Klausur

Bemerkung: Die Übungsaufgaben werden nur als dokumentenechte, handschriftliche, gut lesbare Originale akzeptiert. Wir akzeptieren weder Kopien noch elektronische Abgaben. Aufgaben bitte in Gruppen von drei Personen einreichen.