Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 9. Dezember 2019
https://www.tu-berlin.de/?208078

Prof. Dr. Holger Stark, Josua Grawitter, Maximilian Seyrich
Lasse Ermoneit, Philip Knospe, Isaak Mengesha und Philipp Stammer

9. Übungsblatt – Theoretische Physik I: Mechanik

Termine: S Abgabe bis Donnerstag, 19.12.2019, 12 Uhr im Briefkasten am ER-Eingang
M Vorrechnen in den Tutorien Dienstag, 17.12. – Montag, 06.01.2020

Bitte die Matrikelnummern **und mind. ein Tutor** *auf dem Aufgabenzettel angeben.*

S Aufgabe 26 (8 Punkte): *Stabile Lagen der Rotation* **(2+6)**
Gegeben sei ein starrer Körper ohne Einfluss äußerer Kräfte mit Hauptträgheitsmomenten $\Theta_1 \neq \Theta_2 \neq \Theta_3$.

(a) Zeigen Sie, dass Rotationen um Hauptträgheitsachsen Lösungen der Eulergleichungen sind.

(b) Testen Sie, unter welchen Bedingungen diese Rotationen gegen kleine Störungen stabil sind. Lösen Sie dazu die Eulerschen Gleichungen auf die folgende Art und Weise:

(i) Betrachten Sie eine Bewegung, die geringfügig von der ungestörten Lösung $\boldsymbol{\omega}^0 = \omega_1^0 \boldsymbol{e}_1$ abweicht ($\omega_1 \approx \omega_1^0$, $\omega_2 \ll \omega_1^0$, $\omega_3 \ll \omega_1^0$).

(ii) Linearisieren Sie die Gleichungen, indem Sie alle Terme vernachlässigen, die Produkte von kleinen Größen ($\omega_1 - \omega_1^0$, ω_2, ω_3) sind, also z.B. $\omega_2\omega_3$, und leiten Sie die Gleichungen für ω_2 und ω_3 ab.

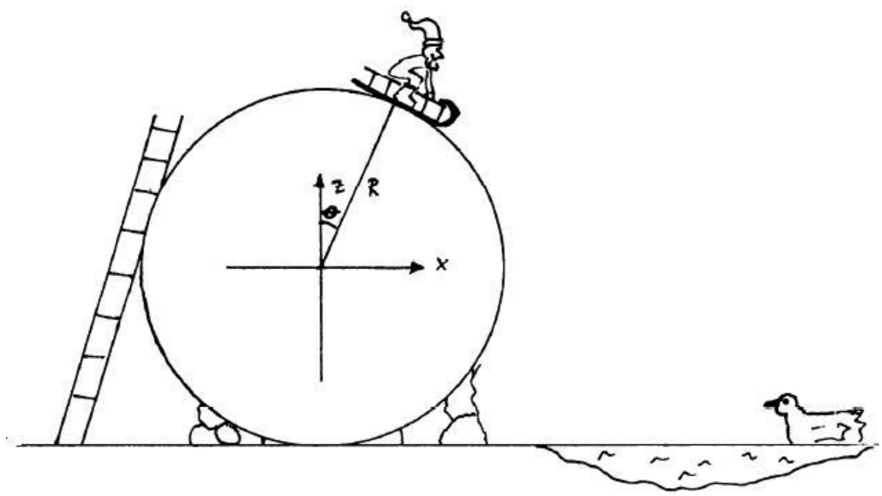
(iii) Bleiben die Störungen klein unter zeitlicher Entwicklung, dann nennen wir die ungestörte Lösung stabil. Analysieren Sie die Lösungen für ω_2 und ω_3.

S Aufgabe 27 (8 Punkte): *Weihnachtsmann* **(4+4)**
Ein Weihnachtsmann mit Masse m und Trägheitsmoment J bezüglich der Rotation um seinen Schwerpunkt (um die y-Achse) sitzt mit seinem Schwerpunkt in der Höhe h über den Kufen eines masselosen Schlittens, der auf einer ortsfesten Eiskugel mit Radius R steht. Bestimmen Sie für den Fall, daß bei $\theta \approx 0$ gestartet wird, die Bahnkurve $z(x)$ sowie die Eigenrotation $\varphi(x)$. Die Reibung des Schlittens soll vernachläßigt werden.

(a) Berechnen Sie bei welchem Winkel θ_c der Schlitten abhebt und betrachten Sie hierzu die Erhaltungssätze des Systems. Zur Probe:

$$\cos(\theta_c) = 2\left(3 + \frac{J}{(R+h)^2 m}\right)^{-1} .$$

(b) Geben Sie die Bahnkurve $\boldsymbol{r}(t)$ für den Flug an und schreiben Sie die Höhenkomponente z als Funktion der Orientierung φ des Weihnachtsmanns. Welche Konstanten bestimmen $z(\varphi)$?



S **Aufgabe 28 (4 Punkte):** *Physikalisches Pendel* **(2+2)**

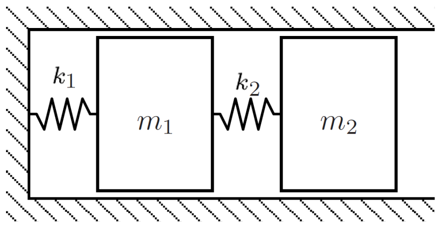
Gegeben sei ein starrer Körper der sich im homogenen Schwerefeld mit Fallbeschleunigung $\boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{e}_z$ befindet und um eine horizontale Achse $\boldsymbol{\omega} = \omega\boldsymbol{e}_x$ drehbar gelagert ist. Das Trägheitsmoment zu der beweglichen Achse ist Θ_0.

(a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für die Auslenkung φ dieses Pendels und vergleichen Sie mit dem Ergebnis für das Fadenpendel.

(b) Wie lautet die Gesamtenergie dieses Pendels?

M **Aufgabe 29 (4 Punkte)**: *Gekoppelte Schwingungen*

Skizziert ist ein System aus zwei schwingenden Massen. Die Bewegungsgleichungen für die Auslenkungen x_1 und x_2 sind gegeben durch



$$m_1\ddot{x}_1 = -(k_1 + k_2)x_1 + k_2 x_2 \,,$$
$$m_2\ddot{x}_2 = k_2 x_1 - k_2 x_2 \,.$$

(a) Leiten Sie diese Bewegungsgleichungen ausgehend von der Federwechselwirkung her.

(b) Schreiben Sie das Differentialgleichungssystem in Matrixform $\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}$ mit $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)^T$. Verwenden Sie $k_1 = 2k$, $k_2 = k$, $m_1 = 2m$, $m_2 = m$ und zeigen Sie, dass Sie mit dem Ansatz $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{c}\,\mathrm{e}^{\lambda t}$ ein Eigenwertproblem erhalten.

(c) Berechnen Sie die Eigenwerte λ_i (bzw. Eigenfrequenzen ω_i) und Eigenvektoren $\boldsymbol{c}^{(i)}$ der Matrix $\boldsymbol{B}$.

(d) Interpretieren Sie die möglichen Eigenschwingungen physikalisch und geben Sie den Lösungsvektor $\boldsymbol{x}(t)$ an.

Vorlesung:	• Dienstag 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201 • Mittwoch 8:15 Uhr – 9:45 Uhr in EW 201
Webseite:	• Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter `https://www.tu-berlin.de/?208078`
Klausurkriterien:	• mindestens 50 % der schriftlichen Übungspunkte **S** *und* • mindestens 50 % der mündlichen Übungspunkte **M**
Klausur:	• Freitag, den 14.02.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in H 0105
Nachklausur:	• Freitag, den 21.02.2019, von 08:00 – 10:00 Uhr in EW 201 • Teilnahme nur durch Qualifikation in der Klausur oder Prüfungsunfähigkeit am Klausurtermin
Scheinkriterium:	• bestandene Klausur

Bemerkung: Die Übungsaufgaben werden nur als dokumentenechte, handschriftliche, gut lesbare Originale akzeptiert. Wir akzeptieren weder Kopien noch elektronische Abgaben. Aufgaben bitte in Gruppen von drei Personen einreichen.