

VL: Dr. Anna Zakharova
UE: Dr. Mohsen Khadem

5. Übungsblatt zur Theor. Physik VI: Nichtgleichgewichtsstatistik

Abgabe: Mi 10.12.2019. Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.

Aufgabe 8 (20 Punkte): *Delayed feedback control*

Consider an overdamped active Brownian particle at the time-dependent stochastic position, $\mathbf{r}(t)$. The particle is subject to a delay force \mathbf{F}_d which depends on the instantaneous and on the delayed particle position in the form of

$$\mathbf{F}_d = -k(\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t - \delta))$$

with δ being the delay time and k is some constant. A physical realization of such a force could be an optical trap which follows the position of the particle with a time delay δ , centered at $\mathbf{r}(t - \delta)$. The delayed Langevin equation reads

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= v_0 \cos \phi - k(x(t) - x(t - \delta)) + \sqrt{2D_T} \xi_T^1(t) \\ \dot{y}(t) &= v_0 \sin \phi - k(y(t) - y(t - \delta)) + \sqrt{2D_T} \xi_T^2(t) \\ \dot{\phi}(t) &= \sqrt{2D_R} \xi_R(t)\end{aligned}\tag{1}$$

where $\xi_{R,T}^{1,2}$ is a Gaussian white noise with zero mean and delta correlation, i.e. $\langle \xi_{R,T}^{1,2}(t) \rangle = 0$ and $\langle \xi_{R,T}^{1,2}(t) \xi_{R,T}^{1,2}(s) \rangle = \delta(t - s)$. D_T and D_R are the translational and rotational diffusion coefficients.

1. Apply the small delay approximation by expanding the delayed position in terms of δ keeping only the linear term, and rewrite the Langevin equation.
2. Calculate the mean position $\langle \mathbf{r}(t) \rangle$, and the mean squared displacement $\langle r^2(t) \rangle$ of the particle.
3. Write down the corresponding Fokker-Plank equation for the probability density function of the particle position and orientation, $P(\mathbf{r}, \phi, t)$.
4. Calculate the stationary solution for the probability density function of the particle position, $P(\mathbf{r}, t)$ by coarse-graining.

5. Übung TPVI WS19/20

- Vorlesung:**
- Montag 12:15 Uhr – 13:45 Uhr im EW 203.
 - Mittwoch 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203.
- Übung:**
- Mittwoch, 14:00 – 16:00 Uhr im EW 229.
- Anmeldung:** Die Punkteverteilung und Scheinvergabe zu der Vorlesung “Statistische Physik im Nichtgleichgewicht” erfolgt über das Moseskontosystem: <https://moseskonto.tu-berlin.de/moseskonto>.
- Webseiten:**
- Details zur Vorlesung, Vorlesungsmitschrift und aktuelle Informationen sowie Sprechzeiten auf der Webseite unter: https://www.itp.tu-berlin.de/menu/lehre/lv/ws_201920/wahlpflichtveranstaltungen_master/statistische_physik_im_nichtgleichgewicht/
- Scheinkriterien:**
- Mindestens 50% der Übungspunkte. (Abgabe in Dreiergruppen).
 - Bearbeitung und Vorstellung eines Projektes (Projektvorstellung in der letzten Vorlesungswoche).
 - Regelmäßige und aktive Teilnahme in der Übung.
- Kontakte:**
- Dr. Anna Zakharova, ER 244, 314-28948, anna.zakharova@tu-berlin.de, Sprechzeiten nach Vereinbarung
 - Dr. Mohsen Khadem EW 266, 314-28849, jebreilkhadem@physik.tu-berlin.de, Sprechzeiten Do. 16:00-17:00