

PD Dr. Gernot Schaller  
Sebastian Restrepo

### 3. Übungsblatt – TPVI: Theorie des Quantentransportes

**Abgabe: Do. 07.11.2019 16:00 Uhr im Tutorium**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen oder Dreiergruppen erfolgen.

#### **Aufgabe 7 (20 Punkte):** *Two-level atom and electromagnetic vacuum*

Let us consider a two-level atom interacting with an electromagnetic field. The system is described by the Hamiltonian

$$H = \omega_0 \sigma_z + \omega a^\dagger a + g (\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger).$$

In the interaction picture and at the resonance condition  $2\omega_0 = \omega$ , the interaction Hamiltonian is (see Übungsblatt 1)

$$\tilde{H} = g (\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger).$$

Assume the electromagnetic mode starts in the vacuum whereas the atom starts in an arbitrary state.

- (a) Express  $\tilde{H}$  and the evolution operator in matrix form using the ordered basis  $\{|+, 0\rangle, |+, 1\rangle, |-, 0\rangle, |-, 1\rangle\}$ .
- (b) Why is the previous ordered basis enough?
- (c) What is the state of the whole system at time  $t$ ?
- (d) What is the state of the atom at time  $t$ ?
- (e) Assume  $\sin^2(gt) = \gamma$ . What are the Kraus operators describing the evolution of the atom?

#### **Aufgabe 8 (10 Punkte):** *Lindblad master equation transformation*

Show that the Lindblad master equation

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \sum_k^{N^2-1} \gamma_k \left( L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho\} \right),$$

is invariant under the following transformation

$$\begin{aligned} L_k \rightarrow L'_k &= L_k + a_k \mathbb{1}, \\ H \rightarrow H' &= H + \frac{1}{2i} \sum_k \gamma_k (a_k^* L_k - a_k L_k^\dagger) + b \mathbb{1}, \end{aligned}$$

with  $a_k \in \mathbb{C}$  and  $b \in \mathbb{R}$ .

<b>Vorlesung:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Do. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.</li> <li>• Fr. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.</li> </ul>
<b>Übung:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Do. 16:00 Uhr – 18:00 Uhr im EW 733.</li> </ul>
<b>Scheinkriterien:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mindestens 60% der Übungspunkte.</li> <li>• Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.</li> </ul>