

PD Dr. Gernot Schaller
Sebastian Restrepo

5. Übungsblatt – TPVI: Theorie des Quantentransportes

Abgabe: Do. 21.11.2019 16:00 Uhr im Tutorium

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen oder Dreiergruppen erfolgen.

Aufgabe 11 (10 Punkte): Complete positivity

Consider a map that transposes the density matrix of a two level system:

$$\begin{pmatrix} \rho_{++} & \rho_{+-} \\ \rho_{-+} & \rho_{--} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \rho_{++} & \rho_{-+} \\ \rho_{+-} & \rho_{--} \end{pmatrix}.$$

Show that this map is positive but not completely positive. (Hint: Assume the two-level system belongs to a bipartite system of qubits and apply the map to just one part.)

Aufgabe 12 (10 Punkte): Not Lindblad form

Consider a master equation not in Lindblad form given by

$$\dot{\rho} = AA^\dagger \rho - 2A^\dagger \rho A + \rho AA^\dagger.$$

Show that the equation violates positivity.

In order to do this, assume the state at time t is pure and find the state at time $t + dt$. Then look at the populations. Showing this for a particular system, for example a two-level system, is enough.

Aufgabe 13 (10 Punkte): Rate equation

Consider the following master equation of an arbitrary system

$$\dot{\rho} = \pi \sum_{\omega=\{\epsilon_r-\epsilon_{r'}\}} \gamma(\omega) \left(e^{-\beta\omega} \mathcal{D}[S_\omega] \rho + \mathcal{D}[S_\omega^\dagger] \rho \right),$$

where $\mathcal{D}[A]\rho = A\rho A^\dagger - \frac{1}{2}\{A^\dagger A, \rho\}$, $S_\omega = \langle r|S|r'\rangle|r\rangle\langle r'|$ and the states $|r\rangle$ are the eigenstates of the Hamiltonian of the system $H_S|r\rangle = \epsilon_r|r\rangle$.

Show explicitly that in the eigenbasis of the system, the populations $P_n = \langle n|\rho|n\rangle$ and coherences $\rho_{n,m} = \langle n|\rho|m\rangle$ follow the equations

$$\begin{aligned} \dot{P}_n &= \sum_r \Gamma_{r \rightarrow n} P_r - \sum_r \Gamma_{n \rightarrow r} P_n, \\ \dot{\rho}_{n,m} &= -\frac{1}{2} \sum_r (\Gamma_{n \rightarrow r} + \Gamma_{m \rightarrow r}) \rho_{n,m}, \end{aligned}$$

with $\Gamma_{r \rightarrow n} = 2\pi\gamma(\epsilon_r - \epsilon_n)|\langle r|S|n\rangle|^2$.

Vorlesung:

- Do. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.
- Fr. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.

Übung:

- Do. 16:00 Uhr – 18:00 Uhr im EW 733.

Scheinkriterien:

- Mindestens 60% der Übungspunkte.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.