

PD Dr. Gernot Schaller  
Sebastian Restrepo

## 6. Übungsblatt – TPVI: Theorie des Quantentransportes

**Abgabe: Do. 28.11.2019 16:00 Uhr im Tutorium**

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet. Dafür gibt es auch Punkte! Die Abgabe soll in Zweiergruppen oder Dreiergruppen erfolgen.

### Aufgabe 14 (30 Punkte): Spohn's inequality

Let  $\mathcal{L}$  be a Lindblad-type generator and  $\rho_{ss}$  its stationary state fulfilling  $\mathcal{L}\rho_{ss} = 0$ . Spohn's inequality states then that

$$(1) \quad \text{Tr} \{ \mathcal{L}\rho [\ln\rho - \ln\rho_{ss}] \} \leq 0.$$

(a) (10 Punkte) Using Eq.(1), show that for a system connected to two terminals ( $\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(R)} + \mathcal{L}^{(L)}$ ) with particle and heat exchange we have

$$(2) \quad \dot{S} - \beta_L \left( I_E^{(L)} - \mu_L I_M^{(L)} \right) - \beta_R \left( I_E^{(R)} - \mu_R I_M^{(R)} \right) \geq 0.$$

where  $S$  is the von-Neumann entropy and a dot indicates a time derivative.

(b) (5 Punkte) The coefficient of performance for heating is defined as the ratio between the heat entering the hot reservoir and the work consumed. For the conventions  $\beta_L < \beta_R$  and  $\mu_L < \mu_R$ , calculate its upper bound

$$(3) \quad \text{COP}_{\text{heating}} \leq \frac{T_{\text{hot}}}{T_{\text{hot}} - T_{\text{cold}}}.$$

(c) (10 Punkte) Given the rate equation for the single-electron transistor

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix} = \mathcal{W} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma_L f_L - \Gamma_R f_R & \Gamma_L (1 - f_L) + \Gamma_R (1 - f_R) \\ \Gamma_L f_L + \Gamma_R f_R & -\Gamma_L (1 - f_L) - \Gamma_R (1 - f_R) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \end{pmatrix},$$

compute the stationary particle current between the left and the right reservoirs.

(d) (5 Punkte) For the single electron transistor, we have that  $I_E^{(R,L)} = \epsilon I_M^{(R,L)}$ , where  $\epsilon$  is the energy level of the dot. Given a temperature bias  $\Delta\beta = \beta_R - \beta_L$ , use Eq.(2) to determine the voltage  $V$  (such that  $\mu_R = \frac{V}{2}$  and  $\mu_L = -\frac{V}{2}$ ) that results in vanishing stationary currents.

<b>Vorlesung:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Do. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.</li> <li>• Fr. 10:00 Uhr – 12:00 Uhr im EW 203.</li> </ul>
<b>Übung:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Do. 16:00 Uhr – 18:00 Uhr im EW 733.</li> </ul>
<b>Scheinkriterien:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mindestens 60% der Übungspunkte.</li> <li>• Regelmäßige und aktive Teilnahme am Tutorium.</li> </ul>